الصف
1
الاعدادي

سلسلة البرهان في الرياضيات

إعـــــداد

مس / أسماء صقر


01092789749

الفهرس

1 المحتويات



1 القوى والأسس 5
2 الصيغة العلمية 18
3 الجذور التربيعية والجذور التكعيبية 26

2 المحتويات



1 المتبــــاينـــــات 40
2 ضرب حد جبري في حد أو مقدار جبري 51
3 ضرب المقـــادير الجبريـــة 59
4 قسمة حد أو مقدار جبري على حد جبري 70
5 ضرب المقـــادير الجبريـــة 77

3 المحتويات



1 المساحـــات 87
2 الإنشـــاءات الهندسيـــة 97
3 التحـــويلات الهندسيـــة 108
4 تركيب التحويلات الهندسيـــة 122

4 المحتويات



1 التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث 131
2 الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي 142

 رموز رياضية

الرمز	المعنى	الرمز	المعنى
$\emptyset$	فاي (المجموعة الخالية التي لا تحتوي على أي عنصر)	$\geqslant$	أكبر من أو يساوي
$\in$	ينتمي إلى	$\leqslant$	أقل من أو يساوي
$\subset$	محتواة في ، أو جزئية من	$\lvert a \rvert$	القيمة المطلقة للعدد a
$\not\subset$	غير محتواة في ، أو ليست جزئية من	//	يوازي
$\cap$	تقاطع	$\perp$	عمودي على
$\cup$	اتحاد	$\triangle$	مثلث
$\neq$	لا يساوي	$\because$	بما أن
$\simeq$	تقريباً	$\therefore$	إذن
$\cong$	تطابق	∟	زاوية قائمة
N	مجموعة الأعداد الطبيعية (0 , 1 , 2 , ...)	$\overline{AB}$	القطعة المستقيمة AB
Z	مجموعة الأعداد الصحيحة (.... , 2 , 1 , 0 , -1 , -2 , ...)	$\overrightarrow{AB}$	الشعاع AB
Z_+	مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة (1 , 2 , ...)	$\overleftrightarrow{AB}$	الخط المستقيم AB
Z_-	مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة (-1 , -2 , -3, ...)	$\angle A$	زاوية A
Q	مجموعة الأعداد النسبية	$m(\angle B)$	قياس زاوية B
$\grave{Q}$	مجموعة الأعداد غير النسبية	$\sqrt{\ }$	جذر تربيعي
R	مجموعة الأعداد الحقيقية	$\sqrt[3]{\ }$	جذر تكعيبي

الوحدة 1

القوى والأسس والجذور



المحتويات

1 القوى والأسس

2 الصيغة العلمية

3 الجذور التربيعية والجذور التكعيبية

الدرس 1

القـــوى والأســس

تعلم

يمكن التعبير عن ناتج ضرب العوامل المتكررة بالقوى أو الصورة الأسية، أي باستخدام أس وأساس

مثال : الأس يوضح عدد مرات استخدام الأساس كعامل.

عامل مكرر 5 مرات

الأساس هو العامل المتكرر

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$



2^5 تُقرأ «2 مرفوعة إلى الأس 5» أو «2 أس 5»، وتعني «2 مضروبة في نفسها 5 مرات»

بصفة عامة :

إذا كان n عددًا صحيحًا موجبًا، فإنه لأي عدد a يكون:

عامل مكرر n من المرات

$$a^n = a \times a \times \dots \times a \times a \times a$$

مثال 1



اكتب كلًّا مما يأتي باستخدام الأسس:

1 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

2 $(-X) \times (-X) \times (-X) \times (-X)$

3 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

4 $3 \times 3 \times a \times a \times a \times 3 \times 3$



الحل

1 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$

2 $(-X) \times (-X) \times (-X) \times (-X) = (-x)^4$

3 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5$

4 $3 \times 3 \times a \times a \times a \times 3 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times a \times a \times a = 3^4 \times a^3$



حاول بنفسك 1

اكتب كلاًّ مما يأتي باستخدام الأسس :

1 $(-7) \times (-7) \times (-7)$ 2 $5 \times b \times b \times 5 \times b$ 3 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

....

....

....

....

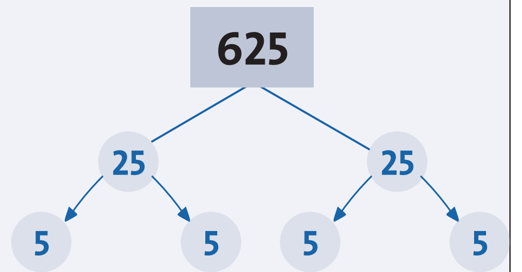
....

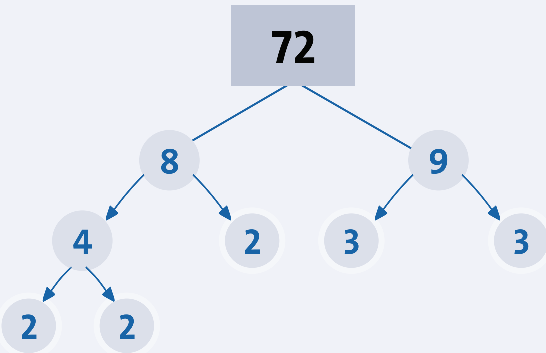
مثال 2

اكتب كلًّا مما يأتي في الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عددًا أوليًّا:

1 625 2 72

الحل





$625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

حاول بنفسك 2

اكتب كلًّا مما يأتي في الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عددًا أوليًّا:

1 81 2 216

....

مثال 3

إذا كان $a = 2$ ، $b = -5$ **فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي :**

1 $3b^2$ 2 $(3b^2)$ 3 $a^3 + b^3$ 4 $(a + b)^3$

الحل

1 $3b^2 = 3 \times (-5)^2 = 3 \times 25 = 75$

2 $(3b)^2 = (3 \times (-5))^2 = (-15)^2 = 225$

3 $a^3 + b^3 = 2^3 + (-5)^3 = 8 + (-125) = -117$

4 $(a + b)^3 = (2 + (-5))^3 = (-3)^3 = -27$

حاول بنفسك 3

إذا كانت $y = 4, x = -3$ **فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي:**

1 x^y 2 $-y^2$ 3 $y^2 + x^2$ 4 $(y + x)^2$

....

....

....

....

....

الأس الزوجي والأسس الفردي للأساس السالب

لاحظ أن

1 $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125 < 0$

2 $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25 > 0$

بصفة عامة :

- عندما يكون الأساس عددًا سالبًا بينما الأس عددًا زوجيًا، يكون الناتج عددًا موجبًا.
- عندما يكون الأساس عددًا سالبًا بينما الأس عددًا فرديًا، يكون الناتج عددًا سالبًا.



ضرب وقسمة القوى التي لها نفس الأساس



أولاً : قانون الضرب

3 عوامل — 4 عوامل

$$2^3 \times 2^4 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2^7$$

7 عوامل

- لضرب القوى التي لها نفس الأساس نحتفظ بالأساس ونجمع الأسس

بصفة عامة :

- لأي عدد نسبي a، وعددين صحيحين m، n **يكون:**

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

فمثلاً :

1. $(-2)^7 \times (-2) = (-2)^{7+1} = (-2)^8$
2. $3^3 \times 3^2 = 3^{3+2} = 3^5$



ثانياً : قانون القسمة

7 عوامل — 3 عوامل

$$\frac{2^7}{2^4} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

4 عوامل

- لقسمة القوى التي لها نفس الأساس نحتفظ بالأساس ونطرح الأسس.

بصفة عامة :

- لأي عدد نسبي a لا يساوي الصفر وعددين صحيحين m، n **يكون:**

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

فمثلاً :

$$\left(\frac{1}{2}\right)^8 \div \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{8-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2$$

مثال 4

أوجد في أبسط صورة ناتج كل مما يأتي:

1 $\frac{6^7 \times 6^2}{6^3 \times 6^5}$

2 $\frac{(-2)^7 \times 3^6}{(-2)^5 \times 3^4}$

3 $\frac{(-a)^4 \times a^6}{(-a)^5 \times (-a)^3}$

الحل

1 $\frac{6^7 \times 6^2}{6^3 \times 6^5} = \frac{6^{7+2}}{6^{3+5}} = \frac{6^9}{6^8} = 6^{9-8} = 6^1 = 6$

حل آخر

$\frac{6^7 \times 6^2}{6^3 \times 6^5} = 6^{7+2-3-5} = 6^1 = 6$

2 $\frac{(-2)^7 \times 3^6}{(-2)^5 \times 3^4} (-2)^{7-5} \times 3^{6-4} = (-2)^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

3 $\frac{(-a)^4 \times a^6}{(-a)^5 \times (-a)^3} = \frac{a^4 \times a^6}{-a^5 \times -a^3} = \frac{a^4 \times a^6}{a^5 \times a^3} = \frac{a^{4+6}}{a^{5+3}}$

$= \frac{a^{10}}{a^8} = a^{10-8} = a^2$

حاول بنفسك 4

أوجد في أبسط صورة ناتج كل مما يأتي:

1 $\frac{7^8 \times 7^3 \times 7}{7^{10}}$

2 $\frac{(-4)^2 \times 4^8}{(-4) \times (-4)^6}$

3 $\frac{2^5 \times 7^4 \times 10^7}{2^3 \times 10^5 \times 7^3}$

....

....

....

....

....

مثال 5



في مجال تكنولوجيا الكمبيوتر، تُعتبر وحدة البايت إحدى الوحدات التي تُستخدم لقياس حجم الملفات، فإذا علمت أن الكيلو بايت يساوي 2^{10} بايت، والجيجا بايت تساوي 2^{30} بايت، فكم كيلو بايت تحتويها 1 جيجا بايت؟

الحل

الجيجا بايت = $\frac{2^{30}}{2^{10}}$ كيلو بايت

= 2^{30-10} كيلو بايت

= 2^{20} كيلو بايت



حاول بنفسك 5

إذا علمت أن التيرا بايت تعادل حاصل ضرب الكيلو بايت في الجيجا بايت كل منهما مقدرًا بالبايت.
فكم بايت تحتوي عليه التيرا بايت؟

....

....

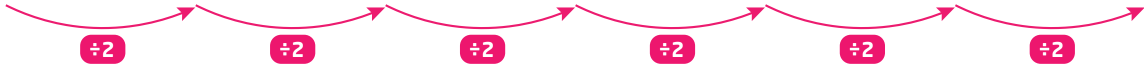
....

....

....

الأس الصفري والأسس الصحيحة السالبة

2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$





بملاحظة النمط في الجدول السابق نجد أن:

$2^0 = 1$ $2^{-1} = \frac{1}{2}$ $2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$ $2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$

بصفة عامـة :

- أي عدد لا يساوي الصفر مرفوع للأس صفر يساوي 1

أي أن : لأي عدد $a \neq 0$ يكون $a^0 = 1$

فمثلًا: $3^0 = 1$ $\left(-\frac{1}{4}\right)^0 = 1$ $(-2)^0 = 1$ $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$

- أي عدد لا يساوي الصفر مرفوع للأس (-n) يساوي المعكوس الضربي للعدد نفسه مرفوع للأس n

أي أن : عدد $a \neq 0$ يكون $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

فمثلًا: $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3$ $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1} = \left(\frac{7}{3}\right)$

مع ملاحظة أن:

القسمة على صفر ليس لها معنى، وعلى هذا فإنه عند وجود رموز في المقام يُشترط لهذه الرموز ألا تساوي الصفر.

مثال 6

اختصر كلًا مما يأتي لأبسط صورة:

1. $\dfrac{2^5 \times 2^{-2}}{2^3 \times 2^{-4}}$

2. $\dfrac{X^{-6} \times X^{-2}}{X^{-3} \times X^{-4}}$

الحل

1. $\dfrac{2^5 \times 2^{-2}}{2^3 \times 2^{-4}} = \dfrac{2^{5-2}}{2^{3-4}} = \dfrac{2^3}{2^{-1}} = 2^{3-(-1)} = 2^4 = 16$

2. $\dfrac{X^{-6} \times X^{-2}}{X^{-3} \times X^{-4}} = \dfrac{X^{-6+(-2)}}{X^{-3+(-4)}} = \dfrac{X^{-8}}{X^{-7}} = X^{-8-(-7)} = X^{-8+7} = X^{-1} = \dfrac{1}{X}$

حاول بنفسك 6

اختصر كلًا مما يأتي لأبسط صورة:

1. $\dfrac{X \times X^{-2}}{X^{-3}}$

2. $\dfrac{3^0 \times 3^{-1} \times 3^2}{3^{-2}}$

....

....

....

....

....



الدرس 1

تمارين على القـوى والأســس

السؤال الأول | **اختر الاجابة الصحيحة**

1 أي مما يلي يأتي يساوي 3×3×3×3×3×3×3 ؟

(أ) 3×7 (جـ) 7^3 (جـ) 3^7 (د) $3 + 7$

---

2 أي مما يأتي يساوي $(-2)^3$ ؟

(أ) -6 (ب) 6 (جـ) 8 (د) -8

---

3 أي مما يأتي يساوي -3^4؟

(أ) -12 (ب) -7 (جـ) 81 (د) -81

---

4 أي مما يأتي يساوي 2^{-4}؟

(أ) -16 (ب) 16 (جـ) $\frac{1}{8}$ (د) $\frac{1}{16}$

---

5 مما يأتي يساوي $a^{-1} \times a^3$؟

(أ) a^2 (ب) a^4 (جـ) $\frac{1}{a^3}$ (د) $\frac{1}{a^2}$

---

6 إذا كان: $2^4 \times a = 2^{20}$ ، فما قيمة a؟

(أ) 2^{24} (ب) 2^{16} (جـ) 2^5 (د) 2

---

7 إذا كان: $2^{-5} \times a = 1$ فما قيمة a؟

(أ) 5^2 (ب) 2^5 (جـ) 2^{-5} (د) 5^{-2}

---

8 أي مما يأتي هو المعكوس الجمعي للعدد $(-4)^{-3}$؟

(أ) 5^2 (ب) 2^5 (جـ) 4^3 (د) 4^{-3}

9 أي مما يأتي يعبر عن المقدار $\frac{y^{-2}}{y^{-6}}$ في أبسط صورة؟

أ) y^4 ب) $\frac{1}{y^4}$ ج) y^8 د) $\frac{1}{y^8}$

10 $5\,a^0 - (5a)^0 = \dots\dots\dots\dots$

أ) 0 ب) 4 ج) 5 د) 10

11 أي مما يأتي يساوي $2^a + 2^a$؟

أ) 4^{2a} ب) 2^a ج) 2^{a+1} د) 2^{2a}

12 أي مما يأتي يساوي ثلث العدد 3^x؟

أ) 1^x ب) $\left(\frac{1}{3}\right)^x$ ج) 3^{x+1} د) 3^{x-1}

13 $3^5 + 3^5 + 3^5 = \dots\dots\dots\dots$

أ) 3^6 ب) 3^{15} ج) 9^5 د) 9^{15}

14 ثلث العدد 3^5 هو ....

أ) 3^3 ب) 3^5 ج) 3^4 د) 3^6

15 $2^5 \times 2^3 = \dots\dots\dots\dots$

أ) 2^2 ب) 4^8 ج) 2^{15} د) 2^8

16 إذا كان $3^m = 81$ فما قيمة m ؟

أ) 4 ب) 27 ج) - 4 د) 2



17 $\frac{7^8 \times 7^3 \times 7}{7^{10}} =$ ....

(أ) 1 (ب) 7 (ج) 7^2 (د) 7^3

18 نصف العدد 2^4 هو ....

(أ) 2^3 (ب) 2^5 (ج) 2^2 (د) 1

19 ثلاثة أمثال العدد 3^4 = ...

(أ) 3^5 (ب) 3^0 (ج) 3^2 (د) 3^3

20 $\frac{1}{4} \times 4^8 =$ ....

(أ) 4^2 (ب) 4^4 (ج) 4^6 (د) 4^7

21 ربع العدد 4^8 هو ....

(أ) 4^6 (ب) 4^7 (ج) 0 (د) 1

22 $a^9 =$ .... $\times\ a^3$

(أ) a^5 (ب) a^4 (ج) a^2 (د) a^6

23 إذا كان: $\frac{5}{7} = X$ فإن: .... $= X^{-1}$

(أ) $\frac{5}{7}$ (ب) $\frac{7}{5}$ (ج) 1 (د) $-\frac{5}{7}$

24 إذا كان $4^5 \times k = 4^8$ فإن k = ...

(أ) 4^3 (ب) 4^2 (ج) 4^{12} (د) 4^4

25 أي مما يأتي يساوي $2X^{-1}$ ؟

(أ) $-2X$ (ب) $\frac{2}{X}$ (ج) $\frac{-2}{X}$ (د) $\frac{X}{2}$

---

26 المعكوس الضربي للعدد X^{-1} = ...

(أ) X (ب) $\frac{1}{X}$ (ج) $-X$ (د) $\frac{-1}{X}$

---

27 ربع العدد 2^6 = ...

(أ) 2^3 (ب) 2^4 (ج) 2^5 (د) 2

---

28 نصف العدد 4^3 = ...

(أ) 2^4 (ب) 2^3 (ج) 2^5 (د) 4^2

---

29 قيمة $(-1)^3$ = ...

(أ) 1 (ب) -1 (ج) 3 (د) -3

---

30 $(-2)^3$ = ...

(أ) -6 (ب) -8 (ج) 6 (د) 8

---

31 أي مما يأتي يساوي ربع العدد 4^X ؟

(أ) 1^X (ب) $\left(\frac{1}{4}\right)^X$ (ج) 4^{X+1} (د) 4^{X-1}

---

32 أي مما يأتي يساوي $(-3)^4$ ؟

(أ) $-\frac{1}{81}$ (ب) $\frac{1}{81}$ (ج) -81 (د) 81

---

33 أي مما يأتي يساوي $\frac{2}{X^{-2}}$ ؟

(أ) $2X^{-2}$ (ب) $2X^2$ (ج) $-2X$ (د) $-2X^2$



ثانياً الأسالة المقالية

1 أوجد القيمة العددية لكل من المقادير الآتية عند القيم المعطاة:

1. b^a عند $b = -5$، $a = 3$

....

....

2. $a^2 \times b^{-2}$ عند $b = -3$، $a = 5$

....

....

3. $a\ (b - c^d)$ عند $d = 3$، $b = 3$، $a = 2$

....

....

2 اكتب كلًا مما يأتي مستخدمًا أسسًا موجبة:

1. 8^{-4}

2. $\dfrac{1}{10^{-4}}$

....

....

....

3 ضع كلًا من المقادير الآتية في أبسط صورة:

1. $\dfrac{X^7 \times X^{11}}{X^3 \times X^5}$

2. $\dfrac{(-4)^4 \times (-4)^3 \times 4^2}{(-4)^6 \times (-4)^5}$

....

....

....

3. $\dfrac{-3 \times 5^{-3} \times 2^5}{2^3 \times 3^{-1} \times 5^{-4}}$

4. $\dfrac{a^{-1} \times a^2 \times a^{-3}}{a^4 \times a^{-7}}$

....

....

4 أكتب كلاً مما يأتي في الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عدداً أولياً

1 125

2 324

5 اختصر لأبسط صورة: $\frac{(-3)^4 \times (-3)^3}{(3)^6 \times (-3)}$

6 اختصر لأبسط صورة: $\frac{6^7 \times 6^2}{6^3 \times 6^5}$

7 أوجد في أبسط صورة: $\frac{a^{-7} \times a^4}{a^{-6} \times a}$

8 أوجد قيمة: $\frac{a^7 \times a^5}{a^{10}}$

9 اختصر لأبسط صورة: $\frac{(-5)^4 \times (5)^3 \times 5}{(5)^2 \times (5)^5}$

الدرس 2

الصيغـــــة العلميـــة



تعلم

الصيغة العلمية: هي طريقة لكتابة الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا، وفيما يُكتب العدد كحاصل ضرب عاملين، أحدهما قيمته المطلقة أكبر من أو تساوي 1 وأصغر من 10، والآخر أحد قوى العدد 10 الصحيحة.

أي أن :

- يكتب العدد بصيغته العلمية على الصورة:

$a \times 10^n$ حيث $1 \leq |a| < 10$, $n \in Z$

فمثلاً :

كل من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية:

- 1×10^{18}
- -2.56×10^{-4}
- 4.8×10^{9}

كتابة الأعداد بالصيغة العلمية



مثال 1

اكتب كلًا مما يأتي بالصيغة العلمية:

1. $4\ 650\ 000$
2. 0.00079
3. 571×10^{9}

الحل

1 4650000

تتحرك العلامة العشرية 6 خانات لليسار حيث $(1 \le 4.65 < 10)$ ثم نضرب الناتج في 10^6

أي أن : $4650000 = 4.65 \times 10^6$

2 0.00079

تتحرك العلامة العشرية 4 خانات لليمين حيث $(1 \le 7.9 < 10)$

أي أن : $0.00079 = 7.9 \times 10^{-4}$

3 571×10^9

تتحرك العلامة العشرية 2 خانة لليسار ثم نضرب الناتج في 10^2

أي أن : $571 \times 10^9 = 5.71 \times 10^2 \times 10^9 = 5.71 \times 10^{11}$

حاول بنفسك 1

اكتب كلًا مما يأتي بالصيغة العلمية:

1 192 000 000   2 0.00000164   3 12 مليون   4 75×10^{-3}

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....



كتابة الأعداد بالصورة القياسية

لتحويل العدد $a \times 10^n$ من الصيغة العلمية إلى الصورة القياسية:

- عندما تكون n موجبة، حرك العلامة العشرية n من الخانات لليمين.
- عندما تكون n سالبة، حرك العلامة العشرية |n| من الخانات لليسار.

مثال 2 

اكتب كلًا مما يأتي بالصيغة القياسية :

1 2.4×10^4 2 8.95×10^{-2}

الحل 

1 حرك العلامة العشرية (4 خانات) لليمين لأن الأس (4) وذلك بعد وضع أصفار على اليمين $2.4 \times 10^4 = 24000$

2 حرك العلامة العشرية (2 خانة) لليسار لأن الأس (-2) وذلك بعد وضع أصفار على اليسار

$8.95 \times 10^{-2} = 0.0895$

حاول بنفسك 2 

اكتب كلًا مما يأتي بالصيغة القياسية :

1 5.8×10^4 2 7.2×10^{-3}

....

....

....

....

....

....

....

مثال 3

رتب كتل الكواكب الآتية تصاعديًا:

الكوكب	المريخ	الأرض	عطارد	الزهرة
الكتلة بالكيلو جرام	6.4×10^{23}	5.97×10^{24}	3.3×10^{23}	4.87×10^{24}

الحل

الخطوة الأولى : إذا كانت الكتل مكتوبة بالصيغة العلمية فإن الأس الأصغر يعني أن العدد هو الأصغر وبالتالي **يكون:**

عطارد 3.3×10^{23}
المريخ 6.4×10^{23}

<

الزهرة 4.87×10^{24}
الأرض 5.97×10^{24}

الخطوة الثانية : إذا كانت الكتل مكتوبة بالصيغة العلمية فإن الأس الأصغر يعني أن العدد هو الأصغر وبالتالي **يكون:**

عند تساوي الأسس

$6.4 > 3.3$

$6.4\times10^{23} > 3.3\times10^{23}$

عند تساوي الأسس

$5.97 > 4.87$

$5.97 \times 10^{24} > 4.87\times10^{24}$

أي أن : $5.97\times10^{24} > 4.87\times10^{24} > 6.4\times10^{23} > 3.3\times10^{23}$

فتكون : كتلة عطارد < كتلة المريخ < كتلة الزهرة < كتلة الأرض

حاول حل المثال بطريقة أخرى عن طريق توحيد الأسس

حاول بنفسك 3

رتب ما يأتي تنازليًا:

14×10^{-4} ، 0.8×10^{-5} ، 1.5×10^{-5} ، 16×10^{-6}

....

....

....

....

....

....

....



مثال 4

أوجد كل مما يأتي بالصيغة العلمية :

1 $(2.5 \times 10^{6}) \times (6 \times 10^{12})$

2 $(1.5 \times 10^{-7}) \div (0.5 \times 10^{-5})$

3 $(2.1 \times 10^{4}) + (4.1 \times 10^{5})$

4 $(3.21 \times 10^{13}) - (8.1 \times 10^{12})$

الحل

$$(2.5 \times 10^{6}) \times (6 \times 10^{12}) = (2.5 \times 6) \times (10^{6} \times 10^{12})$$
$$= 15 \times 10^{18} = 1.5 \times 10^{19}$$

$$\frac{1.5 \times 10^{-7}}{0.5 \times 10^{-5}} = \left(\frac{1.5}{0.5}\right) \times \left(\frac{10^{-7}}{10^{-5}}\right) = 3 \times 10^{-2}$$

$$(2.1 \times 10^{4}) + (4.1 \times 10^{5}) = (2.1 \times 10^{4}) + (41 \times 10^{4})$$
$$= (2.1 + 41) \times 10^{4}$$ خاصية التوزيع
$$= 43.1 \times 10^{4} = 4.31 \times 10^{5}$$

$$(3.21 \times 10^{13}) - (8.1 \times 10^{12}) = (32.1 \times 10^{12}) - (8.1 \times 10^{12})$$
$$= (32.1 - 8.1) \times 10^{12}$$ خاصية التوزيع
$$= 24 \times 10^{12}$$
$$= 2.4 \times 10^{13}$$

حاول بنفسك 4

أوجد ناتج كل مما يأتي بالصيغة العلمية:

1 $(5.2 \times 10^{5}) \times (5 \times 10^{7})$

2 $(4.5 \times 10^{11}) \div (9 \times 10^{8})$

3 $(9.7 \times 10^{-5}) + (1.27 \times 10^{-4})$

4 $(1.4 \times 10^{18}) - (1.04 \times 10^{19})$

....
....
....
....
....
....
....
....



الدرس 2

تمارين على الصيغة العلمية

السؤال الأول اختر الاجابة الصحيحة

1 أي من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟

أ $1.5 \times 10^{4.5}$ ب 31.5×10^{5} جـ 15×10^{5} د 3.15×10^{5}

2 أي من الأعداد الآتية ليس بالصيغة العلمية؟

أ 2.35×10^{7} ب 23.5×10^{6} جـ 2.35×10^{-7} د 3.5×10^{-6}

3 أي مما يلي يعبر عن العدد 8 مليون بالصيغة العلمية؟

أ 8×10^{7} ب 8×10^{6} جـ 8×10^{-6} د 8×10^{8}

4 أي مما يأتي يساوي 0.000073؟

أ 7.3×10^{6} ب 7.3×10^{5} جـ 7.3×10^{-5} د 7.3×10^{-6}

5 إذا كان $0.00063 = 6.3 \times 10^{n}$ فما قيمة n؟

أ -4 ب -5 جـ 3 د 4

6 إذا كان العدد $y \times 10^{-9}$ مكتوبًا بالصيغة العلمية، فأي مما يأتي يمكن أن تكون قيمة y؟

أ 0.6 ب 6 جـ 60 د 600

7 كانت سرعة الضوء تساوي 000 300 كم/ث، فكم تساوي سرعة الضوء بوحدة م/ث؟

أ 3×10^{5} ب 3×10^{7} جـ 3×10^{8} د 3×10^{10}

8 إذا كان $39 \times 10^{-8} = k \times 10^{-7}$ فما قيمة k؟

أ 39 ب 3.9 جـ 0.39 د 0.039

9 أى مما يلى يساوى 0.7×0.005 ؟

أ 3.5×10^{3} ب 3.5×10^{-2} جـ 3.5×10^{2} د 3.5×10^{-3}



10 أىٍ من الآتى هو الأصغر ؟

(أ) 0.6×10^5 (ب) 0.25×10^5 (جـ) 7×10^4 (د) 17.5×10^4

11 إذا كان $3.4 \times 10^n = 0.0034$ فإن n = ...

(أ) 4 (ب) - 4 (جـ) -3 (د) 3

12 إذا كان $8 \times 10^n = 8000$ فما قيمة n ؟

(أ) 2 (ب) -3 (جـ) 4 (د) 3

13 إذا كان: $3.2 \times 10^n = 0.000032$ فإن قيمة n = ...

(أ) -5 (ب) -4 (جـ) 4 (د) 5

14 إذا كانت $56000 = 5.6 \times 10^m$ فإن قيمة m = ...

(أ) 4 (ب) -4 (جـ) 3 (د) -3

15 إذا كانت $0.0056 = 5.6 \times 10^m$ فإن قيمة m = ...

(أ) 4 (ب) -4 (جـ) 3 (د) -3

16 $3,000 \times 60 =$ ....

(أ) 1.8×10^6 (ب) 18×10^6 (جـ) 1.8×10^5 (د) 1.8×10^{-6}

17 إذا كان $8.5 \times 10^n = 0.0000085$ فما قيمة n ؟

(أ) - 6 (ب) 6 (جـ) 5 (د) - 5

18 أي مما يأتي هي الصورة القياسية للعدد 2.4×10^4 ؟

(أ) 42000 (ب) 24000 (جـ) 2400 (د) 240

ثانياً الأسئلة المقالية

1 اكتب كلًّا مما يأتي بالصيغة العلمية :

1 24 500 000

....

1 9 مليون

....

1 480×10^{12}

....

4 0.000049

....

5 0.25 مليار

....

---

2 اكتب كلًّا مما يأتي بالصيغة القياسية :

1 5.4×10^{3} ← ....

2 4.32×10^{-2} ← ....

3 5.37×10^{5} ← ....

---

3 اكتب ناتج كل مما يأتي بالصيغة العلمية :

1 $(4.5 \times 10^{7}) \times (4 \times 10^{8})$

....

2 $(4.8 \times 10^{-7})) \div (0.8 \times 10^{5})$

....

3 $(9.8 \times 10^{-5}) + (4.9 \times 10^{-6})$

....

4 $(2.4 \times 10^{5}) - (4.2 \times 10^{4})$

....

الجذور والتربيعية والجذور التكعيبية

الدرس 3



تعلم

◄ الجذر التربيعي للعدد المربع الكامل (a) هو العدد الذي مربعه يساوي (a).

◄ العدد المربع الكامل له جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب، وكل منهما معكوس جمعي للآخر.

◄ **فمثلًا:** العدد 25 له جذران تربيعيان هما: 5، -5 **لأن:** $(5)^2 = 25$ ، $(-5)^2 = 25$

◄ الرمز « $\sqrt{\ }$ » يدل على الجذر التربيعي الموجب لعدد ما.

◄ **فمثلًا:**

1 الجذر التربيعي الموجب للعدد 4 هو 2، ويُكتب: $\sqrt{4} = 2$

2 الجذر التربيعي السالب للعدد 9 هو -3، ويُكتب: $-\sqrt{9} = -3$

3 الجذران التربيعيان للعدد 64 هما 8، -8، ويُكتب: $\pm\sqrt{64} = \pm 8$

مثال 1

أوجد قيمة كلاً مما يأتي :

1 $\sqrt{196}$ 2 $-\sqrt{\frac{9}{16}}$ 3 $\pm\sqrt{0.64}$

4 $\sqrt{6\frac{1}{4}}$ 5 $\sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2}$ 6 $\sqrt{100-36}$

الحل

1 $196 = 2\times2\times7\times7$

$\sqrt{196} = 2 \times 7 = 14$

169	2
89	2
49	7
7	7
1	

2 $-\sqrt{\frac{9}{16}} = -\frac{3}{4}$

3 $\pm\sqrt{0.64} = \pm\sqrt{\frac{64}{100}} = \pm\frac{8}{10} = \pm\frac{4}{5}$

4 $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

5 $\sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2} = \left|\frac{3}{5}\right| = \frac{3}{5}$

6 $\sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$

حاول بنفسك 1

أوجد قيمة كلاً مما يأتي :

1 $\pm\sqrt{576}$ 2 $-\sqrt{11\frac{1}{9}}$ 3 $\sqrt{\left(\frac{-5}{8}\right)^2}$ 4 $\sqrt{15^2-9^2}$

....

....

....

....

....

....

....

حل المعادلات باستخدام الجذر التربيعي

إذا كان $X^2 = a$ حيث $a \geq 0$ فإن $X = \pm\sqrt{a}$.

فمثلًا : إذا كان $X^2 = 36$ فإن : $X = \pm\sqrt{36}$

$X = \pm 6$





مثال 2

أوجد قيمة X

1 $X^2 + 1 = 65$

2 $2X^2 - 5 = 13$

الحل

1
$\because X^2 + 1 = 65$
$\therefore X^2 = 65 - 1 = 64$
$\therefore X = \pm\sqrt{64} = \pm 8$

2
$\because 2X^2 - 5 = 13$
$\therefore 2X^2 = 13 + 5 = 18$
$\therefore X^2 = \frac{18}{2} = 9$
$\therefore X = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

حاول بنفسك 2



أوجد قيمة X في كلاً مما يأتي :

1 $X^2 - 1 = 8$

2 $3X^2 - 5 = 43$

....

....

....

....

....

....

....



مثال 3

حديقة مربعة الشكل مساحتها 400 متر مربع، يُراد عمل سور حولها، ما طول سور الحديقة؟



الحل

نفرض طول ضلع الحديقة ℓ متر، فتكون مساحتها ℓ^2 متر مربع

$\therefore \ell^2 = 400$ $\therefore \ell = \sqrt{400} = 20$

أي أن: طول ضلع الحديقة يساوي 20 مترًا ، وحيث إن طول ضلع الحديقة يساوي 20 مترًا.

وحيث إن طول سور الحديقة (P) هو محيط الحديقة.

$\therefore P = 4 \times 20 = 80$

أي أن: طول سور الحديقة يساوي 80 مترًا.

حاول بنفسك 3

يمتلك أحد المزارعين قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها 1024 مترًا مربعًا. قرر تقسيمها إلى 4 قطع مربعة الشكل متساوية في المساحة، ما طول ضلع كل قطعة من القطع الأربعة ؟

....

....

....

....

....

....

....

الجذر التكعيبي لعدد مكعب كامل

- الجذر التكعيبي للعدد المكعب الكامل (a) هو العدد الذي مكعبه يساوي (a).
- الجذر التكعيبي لعدد مكعب كامل له نفس إشارة العدد.

فمثلًا :
- العدد (8) له جذر تكعيبي هو (2) لأن: $(2)^3 = 8$
- العدد (-8) له جذر تكعيبي هو (-2) لأن: $(-2)^3 = -8$
- الرمز « $\sqrt[3]{\ }$ » يدل على الجذر التكعيبي لعدد ما

فمثلًا : الجذر التكعيبي للعدد 125 هو 5 ويُكتب: $\sqrt[3]{125} = 5$

مثال 4

أوجد قيمة ما يأتي :

1. $\sqrt[3]{216}$
2. $\sqrt[3]{-\frac{27}{125}}$
3. $\sqrt[3]{0.343}$
4. $\sqrt[3]{15\frac{5}{8}}$
5. $\sqrt[3]{(-5)^3}$
6. $\sqrt[3]{y^{12}}$

الحل

1. $216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$\sqrt[3]{216} = 2 \times 3 = 6$

216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

2. $\sqrt[3]{\frac{-27}{125}} = \frac{-3}{5}$

3. $\sqrt[3]{0.343} = \sqrt[3]{\frac{343}{1000}} = \frac{7}{10}$

4. $\sqrt[3]{15\frac{5}{8}} = \sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

5. $\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$

6. $\sqrt[3]{y^{12}} = y^4$




حاول بنفسك 4

أوجد قيمة كلاً مما يأتي :

1 $\sqrt[3]{512}$ 2 $\sqrt[3]{-125}$ 3 $\sqrt[3]{0.027}$

4 $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$ 5 $\sqrt[3]{(-9)^3}$ 6 $\sqrt[3]{x^9}$

....

....

....

....

....

....

....


مثال 5

اختصر إلى أبسط صورة: $\sqrt[3]{\frac{729}{64}} \times \sqrt{\frac{64}{9}} \times \left(\frac{-8}{3}\right)^0$

الحل

$$\sqrt[3]{\frac{729}{64}} \times \sqrt{\frac{64}{9}} \times \left(\frac{-8}{3}\right)^0 = \frac{9}{4} \times \frac{8}{3} \times 1 = 6$$


حاول بنفسك 5

اختصر إلى أبسط صورة: $\sqrt[3]{\frac{125}{27}} \times \sqrt{\frac{81}{25}} \times \left(\frac{9}{5}\right)^0$

....

....

....

....

حل المعادلات باستخدام الجذر التكعيبي

إذا كان $x^3 = a$ ، فإن: $x = \sqrt[3]{a}$.

فمثلًا : إذا كان $x^3 = 1000$ ، فإن: $x = \sqrt[3]{1000} = 10$

مثال 6

إذا كانت: $2X^3 + 3 = 253$ **فما قيمة X ؟**

الحل

$$\therefore 2X^3 = 253 - 3 = 250$$

$$\therefore X^3 = \frac{250}{2} = 125$$

$$\therefore X = \sqrt[3]{125} = 5$$

حاول بنفسك 6

أوجد قيمة X في كل مما يأتي:

1) $8x^3 - 15 = 49$

2) $X^3 + 5 = -22$

....

....

....

....

....

مثال 7

قطعة من الصلصال حجمها 512 سنتيمترًا مكعبًا، شُكلت على شكل مكعب، ما مساحته الجانبية، والكلية (السطحية)؟

الحل

افرض طول حرف المكعب s، فيكون حجمه s^3

$\therefore s^3 = 512$ $\therefore s = \sqrt[3]{512} = 8$

أي أن طول حرف المكعب يساوي 8سم

$\therefore$ مساحة الوجه الواحد = s^2

= $8^2 = 64$ سنتيمترًا مربعًا

المساحة الجانبية = $4s^2 = 4 \times 64 = 256$ سنتيمترًا مربعًا.

المساحة الكلية (السطحية) = $6s^2 = 6 \times 64 = 384$ = سنتيمترًا مربعًا.

حاول بنفسك 7

مكعب حجمه 1728 وحدة مكعبة، كم يكون طول حرفه؟

....

....



الدرس 3

تمارين على الجذور والتربيعية والجذور التكعيبية

السؤال الأول اختر الاجابة الصحيحة

1 إذا كان: $\sqrt{x} = 5$ فما قيمة x؟

(أ) 10 (ب) 20 (ج) 25 (د) ±25

2 كان: $x^3 = -27$، فما قيمة x؟

(أ) -3 (ب) 3 (ج) ±3 (د) -9

3 إذا كان: $a = 5^3$، فما قيمة $\sqrt[3]{a}$ ؟

(أ) 3 (ب) 5 (ج) 25 (د) 125

4 إذا كان: $\sqrt[3]{b} = -8$، فما قيمة b؟

(أ) 2 (ب) -2 (ج) 64 (د) -512

5 ما قيمة $\sqrt{(-5)^2}$ ؟

(أ) -5 (ب) 5 (ج) ± 5 (د) 25

6 إذا كان: a، b هما الجذران التربيعيان للعدد c، فكم يساوي a + b؟

(أ) 2a (ب) 2b (ج) 1 (د) 0

7 ما المعكوس الضربي للعدد $\sqrt{\frac{9}{25}}$ في أبسط صورة؟

(أ) $-\frac{3}{5}$ (ب) $\frac{3}{5}$ (ج) $-\frac{5}{3}$ (د) $\frac{5}{3}$

8 ما قيمة $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$ ؟

(أ) 2 (ب) 4 (ج) 8 (د) 64

9 إذا كان: $\sqrt{\frac{1}{9}} = X$، فما قيمة X^3؟

(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{9}$ (جـ) $\frac{1}{27}$ (د) $\frac{1}{81}$

---

10 إذا كان: $\sqrt[3]{y} = -\sqrt{25}$ فما قيمة y؟

(أ) -5 (ب) 5 (جـ) -125 (د) 125

---

11 .... + 6 = $\sqrt{36+64}$

(أ) 6 (ب) 4 (جـ) 10 (د) 8

---

12 إذا كان $\sqrt{X} = 4$ فإن X = ...

(أ) 2 (ب) -2 (جـ) 16 (د) 8

---

13 .... = $\sqrt{16} - \sqrt[3]{-27}$

(أ) 1 (ب) - 1 (جـ) 7 (د) -7

---

14 .... = $\sqrt[3]{64}$

(أ) -4 (ب) 8 (جـ) 4 (د) ± 4

---

15 $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt{\ldots\ldots}$

(أ) -4 (ب) 4 (جـ) -2 (د) 2

---

16 إذا كانت $X^3 = 125$ فإن X = ...

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 5

---

17 إذا كان $a = -\frac{1}{2}$ ، $b = -\frac{9}{8}$ ، فإن: $\sqrt{ab}$ = ...

(أ) $\frac{9}{8}$ (ب) $\frac{9}{16}$ (جـ) $\frac{3}{4}$ (د) $-\frac{3}{4}$



18 $\sqrt[3]{(-8)}$ = ...

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) -2 (د) $\frac{-8}{3}$

19 إذا كان: $\sqrt{X} = \sqrt[3]{64}$ فإن: .... = X

(أ) 4 (ب) 8 (جـ) 32 (د) 16

20 قيمة $\sqrt{36+64}$ = ...

(أ) 6 (ب) - 10 (جـ) 10 (د) ± 10

21 إذا كان $\sqrt{9} = \sqrt[3]{X}$ فإن X = ...

(أ) 3 (ب) 9 (جـ) 81 (د) 27

22 قيمة ما يأتي في أبسط صورة: $\sqrt[3]{\frac{-27}{125}}$ = ...

(أ) $\frac{-5}{3}$ (ب) $\frac{-3}{5}$ (جـ) $\frac{3}{5}$ (د) $\frac{9}{5}$

23 ما قيمة $\sqrt{\sqrt[3]{64}}$ ؟

(أ) 64 (ب) 8 (جـ) 2 (د) 4

24 مكعب حجمه 27 وحدة مكعبة فإن طول حرفه = ... سم.

(أ) 81 (ب) 27 (جـ) 9 (د) 3

25 إذا كان $\sqrt{y} = \left|\sqrt[3]{-125}\right|$ فما قيمة y ؟

(أ) - 5 (ب) 5 (جـ) - 25 (د) 25

26 $\sqrt{10^2 - 8^2}$ = ... - 10

(أ) 6 (ب) 4 (جـ) 2 (د) 8

27 $\sqrt{25} - \sqrt[3]{-27} = \sqrt{.....}$

أ) 8 ب) - 8 جـ) 49 د) 64

28 مجموعة حل المعادلة $\sqrt{X} = 9$ في Q هي ....

أ) { - 81 } ب) { 81 } جـ) { - 3 } د) { 3 }

29 إذا كان: $X^3 + 4 = 12$ فإن .... = X

أ) 4 ب) 3 جـ) 2 د) 1

30 إذا كان: $2X^2 = 32$ فإن .... = X

أ) -4 ب) 4 جـ) ± 4 د) 16

ثانياً الأسالة المقالية

1 أوجد قيمة كلًا مما يأتي :

1 $\sqrt{16}$ ....
2 $-\sqrt{100}$ ....
3 $\sqrt{49}$ ....
4 $\pm\sqrt{2500}$ ....
5 $\sqrt{(\frac{-4}{9})^2}$ ....
6 $\sqrt{36+64}$ ....
7 $\sqrt{\frac{4a^2}{9b^4}}$ ....
8 $\sqrt{2^2+3^2+6^2}$ ....

2 أوجد قيمة كلًا مما يأتي :

1 $\sqrt[3]{64}$ ....
2 $\sqrt[3]{-1}$ ....
3 $\sqrt[3]{\frac{-64}{27}}$ ....
4 $\sqrt[3]{64 \times 2^3}$ ....
5 $\sqrt[3]{343 - 7^3}$ ....
6 $\sqrt{4} - \sqrt[3]{-8}$ ....
7 $\sqrt[3]{\frac{8x^3}{125y^6}}$ ....
8 $\sqrt[3]{0.125} + \sqrt{12\frac{1}{4}}$ ....



3 اختصر كلاً مما يأتي :

1 $\sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt[3]{\frac{-27}{8}} + \left(\frac{4}{9}\right)^0$

....

....

....

2 $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \sqrt{\frac{25}{4}} + \sqrt[3]{\frac{125}{64}}$

....

....

....

4 رسمت فاطمة لوحة مربعة الشكل مساحتها a^4b^2 سنتيمتر مربع.

تريد أن تضع إطارًا حولها، فما طول الإطار إذا كان $a = 5, b = 4$؟

....

....

....

5 مكعب مساحته الكلية (السطحية) 294 سنتيمترًا مربعًا، أوجد طول حرفه.

....

....

....

6 اختصر لأبسط صورة: $\sqrt{\frac{4}{25}} + \left(\frac{-3}{2}\right)^0 + \sqrt[3]{\frac{27}{125}}$

....

....

7 اختصر لأبسط صورة: $\sqrt{\frac{81}{625}} \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 \times \left(\frac{5}{7}\right)^0$

....

....

8 أوجد في أبسط صورة: $\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt[3]{\frac{125}{64}}$

....

....

9 أوجد في أبسط صورة: $\sqrt{\frac{9}{25}}+\sqrt[3]{\frac{8}{125}}-\left(\frac{14}{15}\right)^0$

....

....

10 اختصر لأبسط صورة: $\sqrt[3]{0.001}+\sqrt{0.81}-(0.3)^0$

....

....

11 أوجد في أبسط صورة ناتج ما يأتي: $\sqrt{\frac{25}{64}}+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(-\frac{2}{5}\right)^0$

....

....

12 اختصر لأبسط صورة: $\sqrt[3]{\frac{-27}{64}}+\sqrt{\frac{9}{16}}+\left(\frac{9}{17}\right)^0$

....

....

13 اختصر لأبسط صورة: $\sqrt{\frac{81}{100}}-\left(\frac{3}{4}\right)^0+\sqrt[3]{\frac{1}{1000}}$

....

....

14 أوجد ناتج $\sqrt{16}+\sqrt[3]{-27}+\left(\frac{4}{9}\right)^0$

....

....

15 أوجد ناتج ما يلي: $\sqrt{\frac{9}{25}}-\sqrt[3]{\frac{27}{125}}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

....

....

....

....



16 اختصر لأبسط صورة: $\sqrt{\frac{25}{9}} + \sqrt[3]{\frac{-125}{27}} + \left(\frac{3}{5}\right)^{0}$

....

....

17 أوجد مجموعة الحل للمعادلة: $3X^2 - 5 = 70$

....

....

18 أوجد مجموعة الحل للمعادلة : $2X^2 + 3 = 35$

....

....

19 أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في Z : $X^3 + 7 = 8$

....

....

20 أوجد مجموعة الحل في Z للمعادلة : $X^2 - 1 = 8$

....

....

21 أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية $X^3 + 26 = -1$ في Z

....

....

الوحدة
2

الجبر

المحتويات



1 المتبـــاينـــات

2 ضرب حد جبري في حد أو مقدار جبري

3 ضرب المقـــادير الجبريـــة

4 قسمة حد أو مقدار جبري على حد جبري

5 ضرب المقـــادير الجبريـــة

الدرس 1

المتبايـــــنـــات


تعلم

- مفهوم المتباينة: المتباينة تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما واحدة من علامات التباين ($>$ ، $<$، $\leq$، $\geq$)

أمثلة:

1 $X < 5$ وتُقرأ X أقل من 5

3 $X \leq -3$ وتُقرأ X أقل من أو تساوي -3

2 $X > -2$ وتُقرأ X أكبر من -2

4 $X \geq 100$ وتُقرأ X أكبر من أو تساوي 100

أمثلة أخرى :

1 $2X - 1 > -1$

2 $5X + 1 \leq 16$

3 $3X + y > 3$

- وسوف تقتصر دراستنا في هذا الدرس على متباينات الدرجة الأولى في متغير واحد.

متباينة الدرجة الأولى في متغير واحد

- هي متباينة تحتوي على متغير واحد فقط مرفوع للأس واحد.

- فمثلًا:

1 $2X - 1 \leq 6$

2 $X - 3 > 3X - 1$

3 $2(2X - 1) > 6$

كتابة المتباينة


مثال 1

عبر عن كل من المواقف التالية بمتباينة مناسبة:

1 يُشترط أن لا يقل عمرك عن 18 سنة لاستخراج رخصة قيادة سيارة.

2 تتسع القاعة لعدد 120 شخصًا على الأكثر.

3 إذا طُرح 2 من ثلاثة أمثال عدد، كان الناتج أكبر من 7

الحل

1 بفرض أن العمر X .... $\therefore x \geq 18$

2 بفرض أن عدد الأشخاص y .... $\therefore y \leq 120$

3 بفرض أن العدد X، يكون ثلاثة أمثاله 3X .... $\therefore 3X - 2 > 7$

حاول بنفسك 1

عبر عن كل من المواقف الآتية بمتباينة مناسبة :

1 يُشترط أن يزيد طولك عن 110 سم لتلعب إحدى الألعاب بالملاهي.

2 السرعة القصوى لسيارتك 80 كم / ساعة.

3 يُشترط أن يكون عمرك 12 سنة على الأقل لتستخدم التليفون المحمول.

....

....

....

....

....

....

حل المتباينة :

يقصد بحل المتباينة إيجاد قيم المتغير التي تحقق المتباينة.

مجموعة التعويض:

هي المجموعة التي تنتمي إليها كل القيم المحتملة للمتغير في المتباينة.

مجموعة الحل:

هي مجموعة جزئية من مجموعة التعويض، وعناصرها تُحقق المتباينة.

حل المتباينة باستخدام خواص التباين

عند حل المتباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد، نستخدم نفس الطريقة المتبعة في حل المعادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد مع مراعاة خواص التباين.



تعلم : خواص التباين:

إذا كانت A، B، C ثلاثة أعداد، فإن لهذه الأعداد الخواص الآتية





فمثلًا:

1 خاصية الجمع أو الإضافة: خاصية (1)

عند طرح (أو حذف) نفس العدد من طرفي المتباينة، فإنها تبقى صحيحة

- إذا كان: $A > B$ ● فإن: $A + C > B + C$
- فمثلًا: $5 > 3$ ● فإن: $1 + 5 > 1 + 3$ ومنها $6 > 4$

---

2 خاصية الطرح أو الحذف: خاصية (2)

- عند جمع (أو إضافة) نفس العدد إلى طرفي المتباينة، فإنها تبقى صحيحة.

- إذا كان: $A > B$ ● فإن: $A - C > B - C$
- فمثلًا: $5 > 3$ ● فإن: $5 - 2 > 3 - 2$ ومنها $3 > 1$

---

3 خاصية الضرب: خاصية (3)

- عند ضرب طرفي المتباينة في عدد موجب، فإنها تبقى صحيحة.
- عند ضرب طرفي المتباينة في عدد سالب يتغير اتجاه التباين حتى تبقى المتباينة صحيحة.

- إذا كان: $A > B$
  - فإن: $A \times C > B \times C$ ● إذا كان: $C > 0$
  - فإن: $A \times C < B \times C$ ● إذا كان: $C < 0$
- فمثلًا: $4 > 2$
  - فإن: $4 \times 5 > 2 \times 5$ ومنها $20 > 10$
  - فإن: $4 \times (-5) < 2 \times (-5)$ ومنها $-20 < -10$

---

4 خاصية القسمة: خاصية (4)

- عند قسمة طرفي المتباينة على عدد موجب، فإنها تبقى صحيحة.
- عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب بتغير اتجاه التباين حتى تبقى المتباينة صحيحة.

- إذا كان: $A > B$
  - فإن: $\frac{A}{C} > \frac{B}{C}$ ● إذا كان: $C > 0$
  - فإن: $\frac{A}{C} < \frac{B}{C}$ ● إذا كان: $C < 0$
- فمثلًا: $4 > 2$
  - فإن: $\frac{4}{2} > \frac{2}{2}$ ومنها : $2 > 1$
  - فإن: $\frac{4}{-2} < \frac{2}{-2}$ ومنها : $-2 < -1$

مثال 2

أوجد مجموعة حل المتباينة : $2X + 5 \leq 11$ ، إذا كانت مجموعة التعويض:

1 N   2 Z   3 Q

الحل

1 مجموعة الحل في N = {0، 1، 2، 3}

2 مجموعة الحل في Z = {.....، -2، -1، 0، 1، 2، 3}

3 مجموعة الحل في Q = $\{a : a \in Q, a \leq 3\}$

$\because 2x + 5 \leq 11$

(طرح 5 من الطرفين)

$\therefore 2x + 5 - 5 \leq 11 - 5$

$\therefore 2x \leq 6$

(قسمة الطرفين على 2)

$\therefore \frac{2X}{x} \leq \frac{6}{2}$

$\therefore x \leq 3$

تنوع الاستراتيجيات:

يمكن الحل بعكس العملية

$\therefore 2X + 5 \leq 11$

$\therefore 2X \leq 11 - 5$

$\therefore 2X \leq 6$

$\therefore X \leq \frac{6}{2}$

$\therefore X \leq 3$

حاول بنفسك 2

أوجد مجموعة حل كل متباينة من المتباينات الآتية

1 $X + 2 > 1$ 2 $4X - 1 < 11$ 3 $2X \geq 10$

إذا كانت مجموعة التعويض في :

1 N   2 Z   3 Q

....

....

....

مثال 3

أوجد مجموعة الحل في Z لكل من المتباينات الآتية:

1 $1 - 2X < 5$ 2 $3(2X - 1) > 9$ 3 $2(2X + 3) \leq 5X + 2$

الحل



2

$\because 3(2X-1)>9$

$\therefore 6X-3>9$ (خاصية التوزيع)

$\therefore 6X>9+3$

$\therefore 6X>12$ (قسمة الطرفين على 6)

$\therefore X>2$

∴ مجموعة الحل = {3، 4، 5، .....}

1

$\because 1-2X<5$

$\therefore -2X<5-1$

$\therefore -2X<4$ (قسمة الطرفين على ‎-2‎)

$\therefore \frac{-2X}{-2}>\frac{4}{-2}$

$\therefore X>-2$

∴ مجموعة الحل = {1-، 0، 1، 2، .....}

تنوع الاستراتيجيات:

2 **يمكن حل المسألة (2) بقسمة الطرفين على 3 دون استخدام خاصية التوزيع :**

$$\frac{3(2X-1)}{3}>\frac{9}{3}$$

$$\therefore 2X-1>3$$

$$\therefore 2X-1+1>3+1$$

$$\therefore 2X>4$$

$$\therefore \frac{2X}{2}>\frac{4}{2}$$

$$\therefore X>2$$

3

$\because 2(2X+3)\leq 5X+2$

$\therefore 4X+6\leq 5X+2$ (خاصية التوزيع)

$\therefore 4X-5X\leq 2-6$ (تجمع الحدود المتشابهة)

$\therefore -X\leq -4$

$\therefore -X\times(-1)\geq -4\times(-1)$ (قسمة الطرفين على ‎-1‎)

$\therefore X\geq 4$

∴ مجموعة الحل = {4، 5، 6، 7، .....}

حاول بنفسك 3 

أوجد مجموعة الحل في Z لكل متباينة من المتباينات الآتية:

1. $7-3X>-5$
2. $2(X+5)-7>9$
3. $4(X+3)>7X-9$

....

....

....



مثال 4

إذا أراد معلم شراء 5 أقلام من نفس النوع لتوزيعها على طلابه المتفوقين بالفصل، بحيث لا يتعدى ما ينفقه 150جنيهًا شاملة 20 جنيهًا مصاريف الشحن، فاكتب متباينة تعبر عن ثمن القلم الواحد، وحِل المتباينة لإيجاد أعلى سعر للقلم الواحد.:

الحل

$\therefore 5X + 20 \le 150$

$\therefore 5X \le 150 - 20$

$\therefore 5X \le 130$

$\therefore X \le \frac{130}{5}$

$\therefore X \le 26$ ← أي أن : أعلى سعر للقلم الواحد هو 26 جنيهًا



حاول بنفسك 4

إذا كان أقصى عدد للأشخاص يستطيع مصعد حمله هو 4 أشخاص، بحيث لا يتعدى مجموع كتلهم 300 كجم، فإذا كان بالمصعد 3 أشخاص مجموع كتلهم 225 كجم، فاكتب متباينة تعبر عن الكتلة X كجم للشخص الرابع الذي يمكنه أن يدخل المصعد دون الإخلال بإرشادات الأمن والسلامة، وحِل المتباينة لإيجاد أقصى قيمة لـ X.

....

....

....

....

....

....

....

....



الدرس 1

تمارين على المتبـــــــــــايـنـــــــــــات

السؤال الأول — **اختر الاجابة الصحيحة**

1. ما المتباينة التي تعبر عن أن درجة الحرارة X أقل من °40؟

(أ) X<40° (ب) X > 40° (جـ) X≤40° (د) X≥40°

2. أي المتباينات الآتية تعبر عن الموقف التالي: «يحتاج عمر ساعتين على الأقل لحل الواجب»؟

(أ) X>2 (ب) X≤2 (جـ) X<2 (د) X≥2

3. ما المتباينة التي تعبر عن أن ضعف العدد X يكون أقل من 5؟

(أ) 2 X < 5 (ب) 2 X > 5 (جـ) 2 X ≤ 5 (د) 2 X ≥ 5

4. إذا كانت X-1>4. فأي مما يأتي يمكن أن تكون قيمة X؟

(أ) 3 (ب) 4 (جـ) 5 (د) 7

5. أي من المتباينات التالية يكون أحد حلولها في Z هو X=-7؟

(أ) X>-7 (ب) X<-7 (جـ) X>-6 (د) -X≥7

6. أي من المتباينات التالية يكون أحد حلولها في Q هو X = -4؟

(أ) X-2≥4 (ب) 2X>-8 (جـ) X+2<-3 (د) - X < 5

7. إذا كان : $5 < -x$ فأى مما يلى صحيح ؟

(أ) $x > 5$ (ب) $x > -5$ (جـ) $x < 5$ (د) $x < -5$

8. إذا كان : X∈N فما مجموعة حل المتباينة $3 > -x$ ؟

(أ) $\{4,5,6,...\}$ (ب) $\{-4,-5,...\}$ (جـ) $\{-3\}$ (د) $\varnothing$

9 أى من المتباينات الآتية تكافئ المتباينة $\frac{x}{3} > 4$ ؟

(أ) $x > \frac{4}{3}$ (ب) $x < \frac{4}{3}$ (جـ) $x > 12$ (د) $x < 12$

10 إذا كانت : x>y فإن : $\frac{1}{y}$ .... $\frac{1}{x}$ حيث : x≠0 ، y≠0

(أ) $<$ (ب) $>$ (جـ) $=$ (د) $\geq$

11 أكبر عدد صحيح يحقق المتباينة $X - 1 < 3$ هو ....

(أ) 2 (ب) 9 (جـ) 4 (د) 3

12 ما المتباينة التي تعبر عن العدد X أكبر من 6 ؟

(أ) $X \leq 6$ (ب) $X \geq 6$ (جـ) $X > 6$ (د) $X < 6$

13 ما المتباينة التي تعبر عن أن درجة الحرارة X أكبر من أو يساوي 23 ؟

(أ) $X \geq 23$ (ب) $X \leq 23$ (جـ) $X < 23$ (د) $X > 23$

14 أي من المتباينات التالية يكون أحد حلولها في Q هو $X = -6$ ؟

(أ) $X > -5$ (ب) $X < -6$ (جـ) $-X \geq -6$ (د) $X > -6$

15 ما المتباينة التي تعبر عن الموقف الآتي «حمولة المصعد 6 أفراد على الأكثر» ؟

(أ) $X > 6$ (ب) $X < 6$ (جـ) $X \geq 6$ (د) $X \leq 6$

16 إذا كانت: $X - 3 > 5$ فأي مما يأتي يمكن أن تكون قيمة X ؟

(أ) 6 (ب) 7 (جـ) 8 (د) 9

17 إذا كان $X > 3$ فإن .... $2X + 1 >$

(أ) 5 (ب) 7 (جـ) 6 (د) 3



السؤال الثاني — الاسئلـة المقالية

1 عبر عن كل من المواقف الآتية بمتباينة مناسبة:

1 لتحصل على الخصم يجب أن تزيد مشترياتك عن 500 جنيه.

....

....

2 مطلوب محاسب لا تقل خبرته عن 3 سنوات.

....

....

3 يجب أن لا تزيد كتلة حقيبة السفر عن 7 كيلو جرام لتستطيع جملها داخل كابينة الطائرة.

....

....

2 أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية في N:

1 $X-2>1$ ....

2 $-2X\leq 0$ ....

3 $2X-3<7$ ....

4 $\frac{1}{3}X+3\leq 1$ ....

3 أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية في Z:

1 $5-3X\geq 14$ ....

2 $2(3-2X)<4$ ....

3 $3X+7<7X+3$ ....

4 أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية في Q:

1 $2(X+5)-3<12$ ....

2 $X-2\leq 3X+7$ ....

3 $3(X-7)\geq 7(X-3)$ ....

5 في مباراة لكرة السلة سجل مروان 12 نقطة على الأقل أكثر مما سجله رامي، فإذا سجل رامي 1 نقطة، اكتب المتباينة المناسبة وحلها، ثم أوجد عدد من النقاط التي سجلها مروان.

....

....

6 يحتاج حمزة إلى توفير 250 جنيهًا على الأقل لشراء لعبة جديدة، فإذا كان لديه بالفعل 100 جنيه، ويستطيع توفير 20 جنيهًا كل أسبوع من مصروفه، اكتب المتباينة وحِلها، ثم أوجد أقل عدد من الأسابيع سيحتاجها حمزة لتوفير المال لشراء اللعبة.

....

....

7 ما مجموعة حل المتباينة : $6X - 2 < 4$ في Q

....

....

8 أوجد مجموعة الحل في Q للمتباينة «$3 - 2X \leq 7$»

....

....

9 أوجد مجموعة حل المتباينة الآتية : «$2X + 5 \leq 11$» في Q

....

....

10 أوجد مجموعة حل المتباينة الآتية : $2X - 3 < 1$ في Z

....

....

11 أوجد في N مجموعة حل المتباينة: $7X - 1 < 13$

....

....

12 أوجد مجموعة حل المتباينة: «$2X - 1 \leq 3$» في N

....

....

13 أوجد مجموعة حل المتباينة الآتية : «$2X - 3 \geq 7$» في Z

....

....



14 أوجد مجموعة حل المتباينة : $2X + 5 > 11$ في Q

....

....

15 أوجد مجموعة حل المتباينة الآتية : «$3X + 2 \geq 5$» في Z

....

....

16 أوجد مجموعة حل المتباينة الآتية : $7 - 2X > 5$ في Z

....

....

17 أوجد مجموعة الحل : $2X + 3 < 5$ في Z

....

....

18 أوجد مجموعة الحل للمتباينة الآتية في : $3X - 2 > 1$ في Q

....

....

19 أوجد مجموعة الحل للمتباينة الآتية في : $2X + 3 < 9$ في Q

....

....

20 أوجد مجموعة الحل في Z للمتباينة التالية: $3(2X - 1) > 9$

....

....

21 أوجد مجموعة الحل في Q للمتباينة $3X + 7 < 7X + 3$

....

....

الدرس 2

ضرب حد جبري في حد جبري أو مقدار جبري


تعلم

ضرب حد جبري في حد جبري آخر: عند ضرب حد جبري في حد جبري آخر نضرب المعاملات ونجمع أسس المتغيرات التي لها نفس الأساس

فمثلًا:

1. $aX^m \times bX^n = a \times bX^{(m+n)}$
2. $4X^2 \times 6X^3 = 4 \times 6\ X^{(2+3)} = 24\ X^{(5)}$


مثال 1

أوجد ناتج كل مما يأتي:

1. $(-4a^3)(3a^5)$
2. $(-3a^3 b^2)(-2ab^4)$
3. $(9X^3 y)(-2X^2 yZ^5)$

الحل

1. $(-4a^3)(3a^5) = (-4 \times 3) \times a^{3+5} = -12a^8$
2. $(-3a^3b^2)(-2ab^4) = (-3 \times (-2)) \times a^{3+1} \times b^{2+4} = 6a^4b^6$
3. $(9X^3y)(-2X^2yZ^5) = (9 \times (-2)) \times X^{3+2} \times y^{1+1} \times Z^5 = -18X^5y^2Z^5$


حاول بنفسك 1

أوجد ناتج كل مما يأتي:

1. $(-2a^2)(4a^5)$
2. $(-2a^2)(4a^5)$
3. $(5r^3s^2t)(-rt^4)$

....

....

....



ضرب حد جبري في مقدار جبري ذي حدين أو أكثر

عند ضرب حد جبري في مقدار جبري ذي حدين أو أكثر نستخدم خاصية التوزيع:

$$a(b+c)=ab+ac$$
$$a(b-c)=ab-ac$$

فمثلًا:

$$2x(x+5)=(2x)(x)+(2x)(5)=2x^2+10x$$
$$5x(x-3)=(5x)(x)-(5x)(3)=5x^2-15x$$

1 الطريقة الرأسية :

يمكنك استخدام الطريقة الرأسية لإيجاد حاصل الضرب كما بالشكل المقابل.

$x+5$

$2X$

$2X^2+10X$

مثال 2

أوجد ناتج كل مما يأتي:

1 $-4a(3a^2-2a+1)$ 2 $2xy(4x^2+3xy^2-5y)$

الحل

1
$-4a(3a^2-2a+1)=(-4a)(3a^2)-(-4a)(2a)+(-4a)(1)$
$=-12a^3-(-8a^2)+(-4a)$
$=-12a^3+8a^2-4a$

2
$2xy(4x^2+3xy^2-5y)=(2xy)(4x^2)+(2xy)(3xy^2)-(2xy)(5y)$
$=8x^3y+6x^2y^3-10xy^2$

حاول بنفسك 2

أوجد ناتج كل مما يأتي:

1 $-3X(X-5)$ 2 $2X^2(4X^2-5X-7)$ 3 $-3a^2b(2ab^2-2b)$

....

....

....

....

مثال 3

اختصر لأبسط صورة المقدار: $4(3X^2 + 5X) - X(X^2 - 7X + 8)$

الحل

$4(3x^2 + 5x) - x(x^2 - 7x + 8)$

$= (4)(3x^2) + (4)(5x) + (-x)(x^2) - (x)(-7x) + (-x)(8)$ ← (خاصية التوزيع)

$= 12x^2 + 20x + (-x^3) - (-7x^2) + (-8x)$ ← (ضرب الحدود)

$= 12X^2 + 20X - X^3 + 7X^2 - 8x$

$-x^3 + 19x^2 + 12x$ ← (جمع الحدود المتشابهة)

حاول بنفسك 3

اختصر لأبسط صورة: $3(5X^2 + 3X - 2) - 15X^2$

....

....

....

....

مثال 4

يمثل الشكل التالي حوض سباحة مُحاطًا بممر والأبعاد موضحة بالشكل.

أوجد مساحة الممر بدلالة X



الحل

1 مساحة حوض السباحة والممر معًا = $4x(5x + 8) = 20x^2 + 32X$

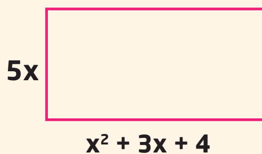
2 مساحة حوض السباحة = $(3x)(6x) = 18x^2$

3 مساحة الممر = مساحة حوض السباحة والممر معًا - مساحة حوض السباحة

$20x^2 + 32x - 18x^2 = 2x^2 + 32x$

حاول بنفسك 4

أوجد مساحة المستطيل بدلالة X، ثم احسب القيمة العددية للمساحة عند x=2



....

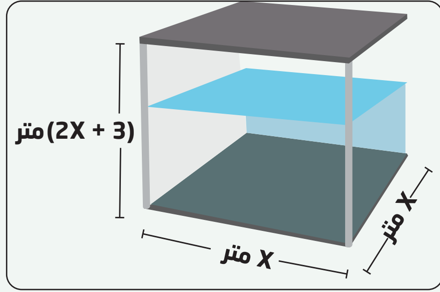
....

....

....



مثال 5



خزان مياه على شكل متوازي مستطيلات أبعاده كما بالشكل مملوء بالمياه، فإذا تسرب الماء منه حتى أصبح ارتفاع الماء فيه (X+3) متر، فما قيمة X إذا كان حجم الماء المتسرب من الخزان 27 مترًا مكعبًا

الحل

$\because$ حجم الماء المتسرب = حجم الخزان - حجم الماء المتبقي في الخزان

$\therefore X \times X \times (2X+3) - X \times X \times (X+3) = 27$

$\therefore X^2(2X+3) - X^2(X+3) = 27$

$\therefore 2X^3 + 3X^2 - X^3 - 3X^2 = 27$

$\therefore X^3 = 27$

$\therefore X = \sqrt[3]{27} = 3$

حل آخر:

ارتفاع الجزء الفارغ من الخزان نتيجة التسرب = ارتفاع الخزان - ارتفاع الماء الباقي

$\therefore (2X+3) - (X+3) = 2X + 3 - X - 3 = X$

$\because$ حجم الماء المتسرب = 27

$\therefore X \times X \times X = 27$ $\quad \therefore X^3 = 27$ $\quad \therefore X = \sqrt[3]{27} = 3$

حاول بنفسك 5

حديقة مستطيلة الشكل طولها 50 مترًا وعرضها X مترًا، فإذا زاد طولها بمقدار X مترًا زادت مساحتها بمقدار 100 متر مربع، فما قيمة X؟

....

....

....

....

....

....

....

....



الدرس 2

تمارين على

ضرب حد جبري في حد جبري أو مقدار جبري

السؤال الأول اختر الاجابة الصحيحة

1. $(2X)(3X)=$..........

(أ) $5X$ (ب) $6X$ (جـ) $5X^2$ (د) $6X^2$

2. $(-3X^2)(4X^3)=$.........

(أ) $-12X^5$ (ب) $12X$ (جـ) $-12X^6$ (د) $12X^5$

3. $2(X+3)=$..........

(أ) $6X+2X^2$ (ب) $2X+3$ (جـ) $2X+6$ (د) $X+6$

4. $X(X-1)+X=$..........

(أ) $X(2X-1)$ (ب) $2X^2$ (جـ) X^2 (د) X^2-X

5. إذا كان طول حرف مكعب 2b ، فما حجمه ؟

(أ) $4b^2$ (ب) $2b^3$ (جـ) $4b^3$ (د) $8b^3$

6. إذا كان $a + 3b = 7$ ، $c = 2$ فإن القيمة العددية للمقدار $a + 3(b + c)$ هي ....

(أ) 14 (ب) 13 (جـ) 15 (د) 9

7. $(3X^2)(2X^3) =$ ....

(أ) $5X^6$ (ب) $6X^6$ (جـ) $5X^5$ (د) $6X^5$

8. إذا كان $x + y = 5$ ، $b = 4$ فإن القيمة العددية للمقدار $2b(x + y)$ هي ....

(أ) 40 (ب) 13 (جـ) 15 (د) 20

9. $(2a^2)(-6a) =$ ....

(أ) $12a^2$ (ب) $8a^2$ (جـ) $-12a^3$ (د) $-4a^3$



10 $X (X + 2) =$ ....

(أ) $X^2 + X$ (ب) $X^2 + 2$ (حـ) $2X + 2$ (ى) $X^2 + 2X$

11 $- 3 a b =$ .... $\times a$

(أ) -3 (ب) $3b$ (حـ) $-3a$ (ى) $-3b$

12 ناتج ضرب ما يأتي: .... $= -4a (3a^2 - 2a + 1)$

(أ) $12a^3 + 8a^2 - 4a$ (ب) $-12a^3 + 8a^2 - 4a$

(حـ) $-12a^3 - 8a^2 + 4a$ (ى) $12a^3 - 8a^2 - 8a$

13 إذا كان $a (3X - 2) = 12X^2 - 8X$ فما قيمة a ؟

(أ) $3X$ (ب) 4 (حـ) $4X$ (ى) $4X^2$

السؤال الثاني — الاسئلة المقالية

1 أوجد ناتج كل مما يأتي:

1 $(-5x^2y^2)(3xy)$

....

....

2 $(a^2b^3)(4a^4b^3)$

....

....

3 $(-4m)(-6m^5)$

....

....

4 $(7P^3S^2r)(-4P^2r)$

....

....

2 أوجد ناتج كل مما يأتي:

1 $-4a(3a-2)$

....

....

2 $8x^2(2x^3 - 3x^2 - x + 4)$

....

....

3 $2x(4x^2 - xy + 5)$

....

....

4 $-hg(3h^2g - 4hg^2 + 2hg)$

....

....

3 اختصر لأبسط صورة كلًا مما يأتي:

1 $2x(x^2-2x-3)-x^2(3x-5)$

2 $x(x^2-x-1)+3(2x^2+x+1)$

....

....

....

4 اختصر لأبسط صورة: $2x(3x-1)+3x(x+2)$، ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عند x=1

....

....

....

....

5 حل المعادلة الآتية في Z: $x(x-2)+2(x-2)=0$

....

....

....

....

6 يريد نجار صنع سقف خشبي على شكل مستطيل بعداه $(2x)$, $(6x^2+x+3)$ من وحدات الطول. أوجد مساحة السقف بدلالة x، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند x=1

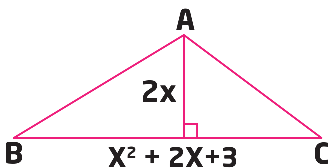
....

....

....

....

7 أوجد مساحة المثلث ABC المقابل بدلالة x ثم احسب القيمة العددية لمساحته عند x=3 حل المعادلة الآتية في Z:



....

....



8 اختصر لأبسط صورة المقدار: $2X(2X+1)+3X(X+2)$

ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عندما $X=-1$

....

....

9 اختصر لأبسط صورة: $3X(4X-2)+2X(3-4X)$

....

....

10 اختصر لأبسط صورة: $2X(3X-1)-3X(2X+2)$

....

....

11 أوجد مجموعة الحل في Q للمعادلة $5(X-1)+3=3$

....

....

12 أوجد مجموعة الحل في Q للمعادلة $4(X+1)=3X+5$

....

....

الدرس 3

ضرب المقادير الجبرية


تعلم

ضرب مقدار جبري ذي حدين في آخر ذي حدين

عند ضرب مقدار جبري ذي حدين في مقدار جبري آخر ذي حدين، اضرب كل حد من حدي المقدار الأول في حدي المقدار الثاني باستخدام خاصية التوزيع.

$$(x+a)(y+b)=x(y+b)+a(y+b)$$
$$=xy+bx+ay+ab$$
$$(x+a)(x+b)=x(x+b)+a(x+b)$$
$$=x^2+bx+ax+ab$$
$$=x^2+(b+a)x+ab$$

فمثلًا :

$$(x+3)(x+2)=x(x+2)+3(x+2)$$
$$=x^2+2x+3x+6$$
$$=x^2+5x+6$$

الضرب بمجرد النظر

يمكن الضرب مباشرة كالتالي:

$X^2 + 5X + 6$

$$(x+3)(x+2)$$

الوسطين

+

الطرفين

$$=x^2+5x+6$$

الطريقة الرأسية : يمكنك استخدام الطريقة الرأسية لإيجاد حاصل الضرب كما بالشكل المقابل.

الطريقة الرأسية

$$\begin{array}{r} x+3 \\ x+2 \\ \hline x^2+4x \\ \\ +2x+6 \\ \hline x^2+5x+6 \end{array}$$



مثال 1

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتي:

1 $(X - 4)(X + 5)$ 2 $(a - 3b)(2a - 5b)$

الحل

1 $(X - 4)(x + 5) = x^2 + 5x - 4x - 20$

$= x^2 + x - 20$

2 $(a - 3b)(2a - 5b) = 2a^2 - 5ab - 6ab + 15b^2$

$= 2a^2 - 11ab + 15b^2$

الطريقة الرأسية

$$\begin{array}{r} x - 4 \\ x + 5 \\ \hline x^2 - 4x \\ +5x - 20 \\ \hline x^2 + x - 20 \end{array}$$

حاول بنفسك 1

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتي:

1 $(x + 1)(x - 6)$ 2 $(3x - 1)(2x + 5)$ 3 $(m + 4n)(2m - n)$

....

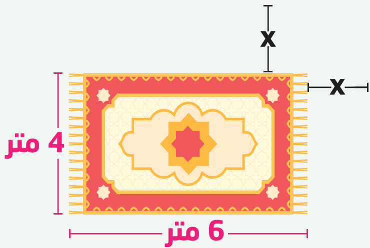
....

....

مثال 2

قامت أسماء بتغطية جزء من أرضية حجرتها بسجادة ملونة مستطيلة الشكل بعدها 4 أمتار، 6 أمتار مع ترك فراغات من أرضية الحجرة بحيث تكون الأبعاد بين الحوائط الأربعة وحواف السجادة متساوية كما بالشكل المقابل.

عيِّن المساحة غير المغطاة من أرضية الحجرة بدلالة X.



الحل

∵ المساحة غير المغطاة من أرضية الحجرة = مساحة أرضية الحجرة - مساحة السجادة

$\therefore (2x + 6)(2x + 4) - 6 \times 4 = 4x^2 + 8x + 12x + 14 - 24$

$= 4x^2 + 20x$

أي أن : المساحة غير المغطاة من أرضية الحجرة تساوي $(4x^2 + 20x)$ مترًا مربعًا.

حاول بنفسك 2

استغل مهندس جزءًا على شكل مربع طول ضلعه 15 مترًا من قطعة أرض مستطيلة لبناء منزله، وترك الباقي كحديقة كما بالشكل التالي، ما مساحة الحديقة بدلالة X؟

....

....

....

....

....



حالات خلاصة :

1 مفكوك مربع مقدار جبري ذي حدين :

$(a + b)^2$

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$
$$= a(a+b) + b(a+b)$$
$$= a^2 + ab + ba + b^2$$
$$a^2 + 2ab + b^2$$

فمثلًا:

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

$(a - b)^2$

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$
$$= a(a-b) - b(a-b)$$
$$= a^2 - ab - ba + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

فمثلًا:

$$(x-2)^2 = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2 = x^2 - 4x + 4$$

مثال 3

أوجد مفكوك كل مما يأتي:

1 $(4 - X)^2$ 2 $(2X + 5)^2$

الحل

1 $(4-x)^2 = 4^2 - 2 \times 4 \times x + x^2 = 16 - 8x + x^2$

2 $(2x+5)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 5 + 5^2 = 4x^2 + 20x + 25$

حاول بنفسك 3

مربع طول ضلعه (2x+3)سم. أوجد مساحته بدلالة x

....





حالات خلاصة :

1 حاصل ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما :

فمثلًا: $(x+3)(x-3)=x^2-3^2=x^2-9$

(a + b) (a - b)

$a(a-b)+b(a-b)$

$a^2-ab+ba-b^2$

a^2-b^2



مثال 4

أوجد في أبسط صورة كلًا مما يأتي :

1 $(3X+2)(3X-2)$ 2 $(4a-3b)^2-(4a-3b)(4a+3b)$



الحل

1 $(3x+2)(3x-2)=(3x)^2-2^2=9x^2-4$

2 $(4a-3b)^2-(4a-3b)(4a+3b)$

$=(4a)^2-2(4a)(3b)+(3b)^2-\left((4a)^2-(3b)^2\right)$

$=16a^2-24ab+9b^2-16a^2+9b^2=-24ab+18b^2$

حاول بنفسك 4

أوجد في أبسط صورة:

1 $(a-4)(a+4)$ 2 $(x+5)(5-x)$

3 $(3b+2)(3b-2)$ 4 $(a+b)^2-(a+b)(a-b)$

....

....

....

....

ضرب مقدار جبري ذي حدين في مقدار جبري يحتوي على أكثر من حدين

مثال 5

أوجد مفكوك كل مما يأتي:

1) $(X - 2)(X^2 - 3X + 5)$

2) $(2X + 3)(1 + 3X^2 - 2X)$

الحل

1) استخدم خاصية التوزيع :

$$(x-2)(x^2-3x+5)$$
$$= x(x^2-3x+5)-2(x^2-3x+5)$$
$$= x^2-3x^2+5x-2x^2+6x-10$$
$$= x^3-5x^2+11x-10$$

الطريقة الرأسية

$$\begin{array}{r} x^2-3x+5 \\ x-2 \\ \hline x^3-3x^2+5x \\ -2x^2+6x-10 \\ \hline x^3-5x^2+11x-10 \end{array}$$

2) $(2x+3)(1+3x^2-2x) = 2x(1+3x^2-2x)+3(1+3x^2-2x)$

$$= 2x+6x^3-4x^2+3+9x^2-6x$$
$$= 6x^3+5x^2-4x+3$$

حاول بنفسك 5

أوجد في أبسط صورة حاصل ضرب كل مما يأتي

1) $(x+2)(x^2-x+3)$

2) $(2x-3)(6x+4x^2+9)$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....



الدرس 3

تمارين على
ضرب المقادير الجبرية

السؤال الأول **اختر الاجابة الصحيحة**

1 ما عدد حدود المقدار الناتج من حاصل ضرب $(x+4)(x-3)$ في أبسط صورة؟

(أ) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4

2 إذا كان: $(x-5)(x+2)=x^2+bx+c$ فما قيمة c؟

(أ) -10 (ب) -7 (ج) 7 (د) 10

3 إذا كان: $(3x-7)^2=ax^2+bx+c$ فما قيمة b؟

(أ) -42 (ب) -21 (ج) 21 (د) 42

4 إذا كان: $(x-5)(x+5)=x^2+bx+c$ فما قيمة b؟

(أ) -25 (ب) -10 (ج) 0 (د) 10

5 إذا كان: $x+y=15$, $x-y=5$ فما قيمة x^2-y^2 ؟

(أ) 75 (ب) 20 (ج) 10 (د) 3

6 إذا كان: $(x+y)^2=16$, $xy=3$ فما قيمة X^2+y^2 ؟

(أ) $5\frac{1}{3}$ (ب) 10 (ج) 13 (د) 48

7 ما ناتج طرح $(a+b)^2$ من $(a-b)^2$ ؟

(أ) 2ab (ب) -2ab (ج) -4ab (د) 4ab

8 إذا كان : $(x-3)(x+3)=x^2-k$ فما قيمة k ؟

(أ) 9 (ب) 6 (ج) -9 (د) -6

9 إذا كان: $(X\ Y)=5$, $(X-Y)^2=13$ فإن .... = X^2+Y^2

(أ) 3 (ب) 18 (ج) 23 (د) 63

10 $(X - 6)^2 = X^2 - 12 X +$ ....

أ 36 ب -36 ج 4 د 12

11 إذا كان $(X + 4)^2 = X^2 + b X + 16$ فإن $b =$ ....

أ 4 ب 8 ج - 4 د - 16

12 إذا كان $(2 X + 3)^2 = a X^2 + b X + c$ فإن قيمة $b =$ ....

أ - 6 ب - 12 ج 12 د 6

13 إذا كان: $(a + b) = 4$ ، $(a - b) = 3$ فإن قيمة .... $= (a^2 - b^2)$

أ - 1 ب 1 ج 12 د 7

14 إذا كان $(X + 2) (X - 2) = X^2 - A - 4$ فإن .... $A =$

أ 0 ب 1 ج 2 د 3

15 إذا كان: $(X + Y)^2 = 30 , X^2 + Y^2 = 18$ فإن: .... $X Y =$

أ 48 ب 24 ج 12 د 6

16 إذا كان $(X - 4)^2 = X^2 + b X + 16$ فإن $b =$..................

أ 4 ب -4 ج 8 د -8

17 إذا كان $(X - 5)^2 = X^2 - b X + 25$ فإن $b =$ ....

أ 4 ب 6 ج 8 د 10

18 إذا كان $(X - 4) (X + 4) = X^2 + a$ فإن .... $a =$

أ 16 ب - 16 ج 4 د - 4

19 إذا كان $(X + Y) = 3 , X^2 - Y^2 = 12$ فإن .... $X - Y =$

أ 3 ب 12 ج 4 د 9



20 إذا كان $X^2 - Y^2 = 18$, $(X - Y) = 3$ فإن .... = $X + Y$

أ) 54 ب) 21 جـ) 15 د) 6

21 عدد حدود المقدار الناتج من ضرب المقدار $(X + 5)(X - 5)$ في أبسط صورة هي ....

أ) 1 ب) 2 جـ) 3 د) 4

22 إذا كان: $(X - 5)(X + 5) = X^2 + bX + c$ فإن قيمة .... = c

أ) 0 ب) -10 جـ) 25 د) -25

23 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab +$ ....

أ) $2b$ ب) b جـ) b^2 د) $-b$

24 إذا كان $X^2 = 10$, $Y^2 = 7$ فما قيمة $(X - Y)(X + Y)$ ؟

أ) 70 ب) 17 جـ) 3 د) -3

25 حاصل ضرب $(X + 2)(X - 5) =$ ....

أ) $X^2 + 3X - 10$ ب) $X^2 + 7X - 10$ جـ) $X^2 - 10$ د) $X^2 - 3X - 10$

26 ما معامل ab في مفكوك المقدار $(2a - 3b)^2$ ؟

أ) 12 ب) 6 جـ) -12 د) -6

27 إذا كان $(X + 5)(X - 5) = X^2 - a^2$ فإن .... = a

أ) 5 ب) ± 5 جـ) -25 د) 25

28 $(X - 6)^2 = X^2 +$ .... $+ 36$

أ) 12 ب) $-12X$ جـ) -6 د) $12X$

السؤال الثاني الاسئلة المقالية

1 أوجد حاصل الضرب في كل مما يأتي

1 $(a+3)(a+4)$

2 $(x+3)(5-x)$

....

3 $(x-7)(2x-1)$

4 $(3x+1)(x-3)$

....

5 $(3-2m)(m-4)$

....

2 أوجد مفكوك كل مما يأتي

1 $(x+7)^2$

2 $(x-6)^2$

3 $(2x-9)^2$

....

....

3 أوجد حاصل الضرب في كل مما يأتي

1 $(4x-3)(4x+3)$

2 $\left(\frac{1}{2}x+1\right)\left(\frac{1}{2}x-1\right)$

....

3 $(7-5x)(5x+7)$

4 $(2x-1)(x^2-3x+4)$

....

3 $(x+3)(x+2)^2$

4 $(x-2)(x+2)(x^2+4)$

....

4 اختصر لأبسط صورة المقدار: $(2n-1)(2n+1)-(2n-1)^2$ ، ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عند n=-3

....

....

....

....



5 أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين في Q:

1 $(x-2)(x+2)=5$

2 $(x-3)(x^2+3x+9)=0$

....

....

....

6 مستطيل طوله (2x+5) وحدة طول، وطوله يزيد عن عرضه بمقدار 4 وحدات طول. أوجد مساحة سطحه بدلالة x، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند x=3.

....

....

....

....

7 مربع طول ضلعه (x+3) وحدة طول. أوجد مساحة سطحه بدلالة x، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند x=7

....

....

....

....

8 اختصر لأبسط صورة (3 X - 2) (3 X + 2)، ثم أوجد قيمة المقدار عندما X = 1 .

....

....

9 اختصر لأبسط صورة 36 + (X - 6) (X + 6) ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما X = 2

....

....

....

....

10 اختصر لأبسط صورة: $(X + 3)^2 - X(X + 6)$

....

....

....

....

11 أوجد في أبسط صورة ناتج ما يأتي: $(X + 3)^2 + (X - 3)(X + 3)$

....

....

....

....

12 أوجد مفكوك $(2X - 3)^2$

....

....

....

....

13 أوجد مفكوك $(3X + 4)^2$ ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما $X = 1$

....

....

....

....

الدرس 4

قسمة حد جبري أو مقدار جبري على حد جبري


تعلم

قسمة حد جبري على حد جبري آخر

عند قسمة حد جبري على حد جبري آخر نقسم المعاملات، ونطرح أسس المتغيرات التي لها نفس الأساس، فمثلًا : $(-14x^6) \div (2x^2) = -7x^4$


ملحوظة :

أن القسمة على صفر ليس لها معنى، وعلى هذا فإن جميع المسائل التي تُستخدم فيها متغيرات يكون المقسوم عليه لا يساوي الصفر.


مثال 1

أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي:

1 $\frac{9x^4}{-3x^3}$ 2 $\frac{-12x^5y^2}{-4x^2y}$ 3 $\frac{15a^3b^2c}{3a^2b^2c}$

الحل

1 $\frac{9x^4}{-3x^3} = -3x$

2 $\frac{-12x^5y^2}{-4x^2y} = 3x^3y$

3 $\frac{15a^3b^2c}{3a^2b^2c} = 5a$


حاول بنفسك 1

أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي:

1 $\frac{-45a^5}{-3a^3}$ 2 $\frac{18x^2y^3}{-2x^2y}$

....

....

....

....

قسمة مقدار جبري على حد جبري



تعلم من دراستك للكسور الاعتيادية أن:

1 $\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$

2 $\frac{a-b}{c}=\frac{a}{c}-\frac{b}{c}$

وسوف نستخدم نفس الطريقة عند قسمة مقدار جبري على حد جبري بحيث نقسم كل حد من حدود المقدار على هذا الحد. **فمثلًا:**

1 $\frac{10x^2+8x}{2x}=\frac{10x^2}{2x}+\frac{8x}{2x}=5x+4$

2 $\frac{9x^3-6x^2}{3x}=\frac{9x^3}{3x}-\frac{6x^2}{3x}=3x^2-2x$



مثال 2

أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي:

1 $\frac{18x^3+12x^2-6x}{-6x}$ 2 $\frac{3ab^2+9a^2b-6a^2b^2}{3ab}$ 3 $\frac{-8x^2(4x^2-2x-6)}{4x}$

الحل

3 $\frac{18x^3+12x^2-6}{-6x}=\frac{18x^3}{-6x}+\frac{12x^2}{-6x}+\frac{-6x}{-6x}=-3x^2-2x+1$

3 $\frac{3ab^2+9a^2b-6a^2b^2}{3ab}=\frac{3ab^2}{3ab}+\frac{9a^2b}{3ab}-\frac{6a^2b^2}{3ab}=b+3a-2ab$

3 $\frac{-8x^2(4x^2-2x-6)}{4x}=\frac{-32x^4+16x^3+48x^2}{4x}$

$=\frac{-32x^4}{4x}+\frac{16x^3}{4x}+\frac{48x^2}{4x}=-8x^3+4x^2+12x$



حاول بنفسك 2

أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي:

1 $\frac{-15a^3x^2+10a^4x^3}{-5a^3x^2}$ 2 $\frac{49x^3-14x^2+21x}{-7}$ 3 $\frac{6x^3(3x^2-6x-9)}{9x^2}$

....

....

....

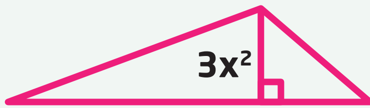
....

....

....



مثال 3



إذا كانت مساحة المثلث المقابل تساوي $(15x^4+6x^3+9x^2)$ وحدة مربعة فأوجد طول قاعدته بدلالة x إذا كان ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوي $(3x^2)$ وحدة طول، ثم احسب القيمة العددية لطول القاعدة عند x=3

الحل

∵ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

∴ طول القاعدة = $\frac{2\ \text{مساحة المثلث}}{\text{الارتفاع}}$

أي أن طول القاعدة بدلالة x يساوي:

$$\frac{2(15x^4+6x^3+9x^2)}{3x^2}=\frac{30x^4+12x^3+18x^2}{3x^2}=10x^2+4x+6$$

القيمة العددية لطول القاعدة بوحدات الطول تساوي:

$$10\times3^2+4\times3+6=90+12+6=108$$

حاول بنفسك 3

إذا كانت مساحة مستطيل تساوي $(4x^4+8x^3+12x^2)$ وحدة مربعة، وأحد بُعديه $4x^2$ وحدة طول، أوجد البُعد الآخر بدلالة x

....

....

....

....

مثال 4

حديقة على شكل مستطيل بُعداه $(12x^3+18x^2+30x),(4x)$ من وحدات الطول. يريد وليد تقسيمها إلى أحواض مربعة مساحة كل حوض $(4x^2)$ وحدة مساحة. أوجد عدد الأحواض بدلالة x

الحل

مساحة الحديقة بوحدات المساحة تساوي:

$$4x(12x^3+18x^2+30x)=48x^4+72x^3+120x^2$$

عدد الأحواض بدلالة x يساوي:

$$\frac{48x^4+72x^3+120x^2}{4x^2}=12x^2+18x+30$$



الدرس 4

تمارين على

قسمة حد جبري أو مقدار جبري على حد جبري

السؤال الأول اختر الاجابة الصحيحة

1. $24x^3 \div \left(-6x^2\right) =$ ....

(أ) -4 (ب) $-4x$ (ج) $-4x^5$ (د) $-4x^2$

2. إذا كان $\frac{8x^2}{a} = 1$ فما قيمة a؟

(أ) -1 (ب) 1 (ج) $-8x^2$ (د) $8x^2$

3. $\frac{a+b}{c} =$ ....

(أ) $a+\frac{b}{c}$ (ب) $\frac{a}{c}+b$ (ج) $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$ (د) $\frac{ab}{c}$

4. $\left(x^3+x^2\right) \div x^2 =$ ....

(أ) $2x$ (ب) x^2+x (ج) $x+1$ (د) x

5. إذا كان: $x+y=15$, $x-y=5$ فما قيمة x^2-y^2 ؟

(أ) 20 (ب) 75 (ج) 3 (د) 200

6. $\frac{3x^2-6x}{3x} =$ ....

(أ) X (ب) X^2 (ج) $2x-x^2$ (د) $x-2$

7. $12xy^2 = \left(-2x^2y\right) \div$ ....

(أ) $6xy$ (ب) $-6xy$ (ج) $24x^3y^3$ (د) $-24x^3y^3$

8. $(12a+4) \div 4 =$ ....

(أ) $3a$ (ب) $3a-4$ (ج) $3a+1$ (د) $3a+4$

9. $24X^6 \div (-6X^5)$ ....

(أ) -4 (ب) $-4X$ (ج) $-4X^2$ (د) $18X$



10 $(X^2 + X) \div X =$ ....

(أ) صفر (ب) X (ج) $X + 1$ (د) $2X + 1$

11 $\frac{6X^2}{3X} + X =$ ....

(أ) $2X$ (ب) $3X$ (ج) $4X$ (د) $3X^2$

12 $\frac{8X^2 + 4X}{4X} =$ ....

(أ) $2X$ (ب) $2X + 1$ (ج) $4X + 1$ (د) $3X$

13 $(15X^2 + 6X) \div 3X =$ ....

(أ) $5X + 3$ (ب) $5X + 2$ (ج) $8X$ (د) $5X$

14 $15X^3 \div (-3X^2) =$ ....

(أ) $5X$ (ب) $-5X$ (ج) $45X^3$ (د) $-45X^5$

15 خارج قسمة ما يأتي: $\frac{18X^3 + 12X^2 - 6X}{-6X}$

(أ) $-3X^2 - 2X + 1$ (ب) $3X^2 + 2X + 1$ (ج) $3X^2 - 2X - 1$ (د) $-3X^2 - 2X - 1$

16 $(3X^2 - 6X) \div 3X =$ ....

(أ) $-X$ (ب) $-X^2$ (ج) $X^2 - 2X$ (د) $X - 2$

17 خارج قسمة $\frac{8X^3 - 2X^2}{2X^2} =$ ....

(أ) -1 (ب) $4X$ (ج) $4X - 1$ (د) $4X + 1$

18 $\frac{12y^3}{-4y} =$ ....

(أ) $-3y^4$ (ب) $3y^2$ (ج) $3y^4$ (د) $-3y^2$

السؤال الثاني | الاسئلة المقالية

1 أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي:

1 $(27x^3) \div (9x)$

....

2 $-18x^2 \div (-3x^2)$

....

3 $(x - x^2 - x^3) \div (-x)$

....

4 $(2x - 4x^2 + 8x^3) \div (2x)$

....

2 اختصر كلًا مما يأتي إلى أبسط صورة:

1 $\frac{x^2}{-x} + \frac{-4x}{x} - \frac{3x^3}{x^2}$

....

2 $\frac{28x^2 - 42x}{7x} + \frac{14x^2 - 35x}{-7x}$

....

3 $\frac{2x(6x^2 - 2x + 8)}{4x}$

....

4 $\frac{48x^4 - 144x^3 - 96x^2}{-6x \times 8x}$

....

3 إذا كان: $(30x^2y^3 - 15xy) \div (-3x) = nxy^3 + 5y$ فما قيمة n؟

....

....

4 إذا كان عدد طلاب إحدى المدارس يساوي $(2x^4 + 50x^3 + 75x^2)$ وكان عدد طلاب كل فصل يساوي $(25x)$، فما عدد فصول المدرسة بدلالة x؟

....

....

5 حديقة على شكل مستطيل مساحتها $(15a^3b^2 + 20a^2b^3 - 25a^2b^2)$ مترًا مربعًا، وطولها $(5a^2b^2)$ مترًا. أوجد عرضها بدلالة a، b إذا كان $b = 1$، $a = 2$ فأوجد القيمة العددية لعرض الحديقة.

....

....

....

....



6 أوجد خارج قسمة $(6X^2Y + 12XY^2 - 6XY)$ على $6XY$ حيث $XY \neq 0$

....

....

7 أوجد خارج قسمة $(X - X^3 + X^2) \div X$ حيث $X \neq 0$

....

....

8 إذا كان $x + 3 = \frac{5X + 15}{a}$ فإن $a =$ ....

....

....

9 أوجد خارج القسمة $(X^3 + X^2 + X) \div X$

....

....

10 اختصر ما يأتي إلى أبسط صورة: $2 + \frac{3X^3 - 6X}{3X}$ ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عندما $X = 2$

....

....

11 أوجد خارج القسمة: $\frac{18X^3 + 12X^2 - 6X}{6X}$

....

....

12 أوجد خارج قسمة $\frac{18m^4 + 32m^2}{-2m^2}$

....

....

13 اقسم: $(20B^2C^2 - 10B^3C^3 + 10BC) \div 10BC$

....

الدرس 5

قسمة المقـاديـر الجبرية



- تعلم من ضرب المقادير الجبرية أن:

$$(x-5)(x+4)=x^2-x-20$$

- حيث إن القسمة عملية عكسية للضرب، فإنه يمكنك استنتاج ما يلي:

$$(x^2-x-20)\div(x-5)=x+4$$

$$(x^2-x-20)\div(x+4)=x-5$$



ويمكن كتابة عملية القسمة كما يلي:

المقسوم عليه: $x-5$ ، المقسوم: x^2-x-20 ، خارج القسمة: $x+4$

المقسوم عليه: $x+4$ ، المقسوم: x^2-x-20 ، خارج القسمة: $x-5$

مـع العلـم أن جميـع المسـائل التي تُسـتخدم فيهـا متغيـرات يكـون المقسـوم عليـه لا يسـاوي الصفـر



مثال 1

أوجد خارج قسمة (x^2-x-20) على $(x-5)$

الحل

اقسم x^2 على x فيكون الناتج x

اضرب x في (x-5) فتحصل على ؟

اطرح (x^2-5x) من (x^2-x-20) فتحصل على ؟

(4 X - 20)

كرر الخطوات السابقة حتى يصبح باقي الطرح مساويًا للصفر

ويكون خارج القسمة هو (x + 4)

$$\begin{array}{r|l} & x+4 \\ x-5 & x^2-x-20 \\ & \ominus x^2 \oplus 5x \\ & 4x-20 \\ & \ominus 4x \oplus 20 \\ & 0 \quad 0 \end{array}$$



لاحظ أن:

- المقدار (x^2-x-20) هو المقسوم، المقدار (x-5) هو المقسوم عليه، المقدار (x+4) هو خارج القسمة.X

حاول بنفسك 1

- **أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي:**

1. $x^2-4x-12$ علي $x-6$
2. $3x^2+10x-8$ علي $x+4$

....

....

....

....

مثال 2

أوجد خارج قسمة $12 - x^3 + x\ 2$ على $x - 2$:

الحل

اكتب المقسوم بعد ترتيب حدوده تنازليًا حسب قوى x كالتالي:

$x^3+2x-12$

ولاحظ أنه لا يوجد حد يشتمل على x^2 لذلك اترك له مسافة فارغة.

خارج القسمة هو (x^2+2x+6)

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2+2x+6 \\
x-2 & x^3 \qquad +2x-12 \\
 & \ominus x^3 \oplus -2x^2 \\
\hline
 & 2x^2+2x-12 \\
 & \ominus 2x^2 \oplus -4x \\
\hline
 & 6x-12 \\
 & \ominus 6x \oplus -12 \\
\hline
 & 0 \qquad 0
\end{array}
$$

حاول بنفسك 2

- **أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي:**

1. x^2+6-x علي $x-3$
2. x^3+4x^2-5 علي $x-1$

....

....

....

....

مثال 3

إذا كان (x-3) أحد عاملي المقدار $(3X^2 - 14X + 15)$ **، أوجد العامل الآخر**

الحل

العامل الآخر هو خارج قسمة $(3x^2 - 14x + 15)$ على (x-3)

أي أن العامل الآخر هو (3x-5)

$$\begin{array}{r|l} & 3x - 5 \\ \hline x-3 & 3x^2 - 14x + 15 \\ & \ominus 3x^2 \oplus 9x \\ \hline & -5x + 15 \\ & \oplus -5x \ominus 15 \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

حاول بنفسك 3

إذا كان (2x+1) هو أحد عاملي المقدار $(2x^2 - 7x + 4)$ أوجد العامل الآخر.

....

....

....

....

مثال 4

إذا كان المقدار (x^3+x^2+a) يقبل القسمة على (x-2) أوجد قيمة a

الحل

$$\begin{array}{r|l} & x^2 + 3x + 6 \\ \hline x-2 & x^3 + x^2 + a \\ & \ominus x^3 \oplus 2x^2 \\ \hline & 3x^2 + a \\ & \ominus 3x^2 \oplus 6x \\ \hline & 6x + a \\ & \ominus 6x \oplus 12 \\ \hline & a + 12 \end{array}$$

∵ المقسوم يقبل القسمة على المقسوم عليه

$\therefore a + 12 = 0$

$\therefore a = -12$

حاول بنفسك 4

إذا كان المقدار $(x^3 - x^2 - 4x - m)$ يقبل القسمة على (x-3) أوجد قيمة m.

....

....

....

....



مثال 5



شقة مستطيلة الشكل مساحة أرضيتها تساوي $(x^3 + 15x^2 + 51x + 10)$ مترًا مربعًا فإذا كان عرض أرضية الشقة يساوي (x+10) مترًا، أوجد طول أرضية الشقة بدلالة x، ثم أوجد القيمة العددية لمحيط أرضية الشقة، عند x=2

الحل

∵ طول أرضية الشقة = $\frac{\text{مساحة الشقة}}{\text{عرض الشقة}}$

$$\begin{array}{r|l} & x^2 + 5x + 1 \\ \hline x+10 & x^3 + 15x^2 + 51x + 10 \\ & \ominus x^3 \ominus 10x^2 \\ \hline & 5x^2 + 51x + 10 \\ & \ominus 5x^2 \ominus 50x \\ \hline & x + 10 \\ & \ominus x \ominus 10 \\ \hline & 0 \quad 0 \end{array}$$

∴ طول أرضية الشقة = $(x^2 + 5x + 1)$ مترًا.

عند X = 2 :

∴ العرض = 10 + 2 = 12 مترًا.

الطول = 1 +10 + 4 = 15 مترًا.

∴ محيط أرضية الشقة = (15 + 12) 2 = 54 مترًا.

حاول بنفسك 5

يبيع أحد المسارح تذاكر بإجمالي إيرادات $(4x^2 + 16x + 12)$ جنيهًا. إذا كان سعر كل تذكرة (4x+4) جنيهًا ، حدد عدد التذاكر المبيعة بدلالة x.

....

....

....

....

....

....

....

....



الدرس 5

تمارين على

قسمة المقـاديرالجبرية

السؤال الأول اختر الاجابة الصحيحة

1 إذا كان $\frac{2x+a}{x+3}=2$ فما قيمة a؟

ⓐ 2 ⓑ 3 ⓒ 5 ⓓ 6

2 إذا كان $\frac{3x+15}{x-a}=3$ فما قيمة a؟

ⓐ -5 ⓑ -3 ⓒ 3 ⓓ 5

3 إذا كان $\frac{x-2}{2-x}=a$ فما قيمة a؟

ⓐ -2 ⓑ -1 ⓒ 1 ⓓ 2

4 إذا كان خارج قسمة $\left(x^2-2x-35\right)$ على (x+5) هو (x+b)، فما قيمة b؟

ⓐ -7 ⓑ -5 ⓒ 25 ⓓ 7

5 إذا كان خارج قسمة $\left(x^3-4x\right)$ على (x-2) هو $(ax+x^2)$، فما قيمة a؟

ⓐ -4 ⓑ -2 ⓒ 2 ⓓ 4

6 ما خارج قسمة $x^2-12x+20$ علي $x-2$

ⓐ x - 4 ⓑ x+4 ⓒ x-10 ⓓ x

7 ما خارج قسمة $2x^2-7x+5$ علي $2x-5$

ⓐ x-1 ⓑ x+1 ⓒ x+5 ⓓ x

8 ما قيمة m التى يجعل المقدار: x^2-5x+m يقبل القسمة على (x-2) ؟

ⓐ 2 ⓑ 4 ⓒ 5 ⓓ 1

9 إذا كانت مساحة مستطيل $\left(x^2+12x+35\right)$ مترا مربعا، وأحد بعديه (x+5) مترا، فما البعد الآخر ؟

ⓐ (x-1) مترا ⓑ (x+7) مترا ⓒ (x-5) مترا ⓓ (7-x) مترا



10 إذا كانت مساحة متوازى أضلاع $(2x^2+7xy+5y^2)$ وحدة مربعة، وطول قاعدته (x+y) وحدة طول، فما ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة بوحدة الطول ؟

(أ) 2 x-5 y (ب) 2 x+7 y (جـ) 5 y+2 x (د) 7 y-2 x

11 $(X^2 + X) \div (X + 1)$ ....

(أ) X + 1 (ب) X (جـ) x^2 (د) X - 1

12 $(a^2 - a) \div (a - 1)$ ....

(أ) a + 1 (ب) a (جـ) 2 (د) a - 1

السؤال الثاني الاسئلة المقالية

1 أوجد خارج قسمة كل من المقادير الآتية:

1 $x^2+9x+20$ علي $x+4$

....

2 $x+x^2-2$ علي $x-1$

....

3 $2+2y^2-5y$ علي $y-2$

....

4 $x^2-10x+25$ علي $x-5$

....

3 $7x-5x^2+2x^3-6$ علي $2x-3$

....

4 x^3-27 علي $x-3$

....

2 أوجد خارج قسمة كل من المقادير الآتية :

1 x^3+5x^2+7x+2 على $x+2$

....

2 $15 - 7x^2 + 3x - 4x$ علي $5 - 4x$

....

....

3 $8x^3 - 20x^2 - 10 + 4x$ علي $4x^2 + 2$

....

....

4 $25y^2 - 9x^2$ علي $5y - 3x$

....

....

5 $x^4 - 1$ علي $x^2 + 1$

....

....

3 اقسم $\left(-3x^2 + x^3 - x + 6\right)$ على (x-2)، ثم أوجد القيمة العددية لخارج القسمة عند x=3.

....

....

4 إذا كان (x-4) أحد عاملي المقدار $\left(x^2 - 5x + 4\right)$ أوجد العامل الآخر.

....

....

5 أوجد قيمة b التي تجعل المقدار $\left(4x^2 + 11x + b\right)$ يقبل القسمة على (4x-1).

....

....

6 يقوم عامل بتبليط أرضية غرفة مستطيلة الشكل. المساحة الكلية للأرضية تساوي $\left(x^2 + 7x + 12\right)$ مترًا مربعًا، إذا كان عرض الأرضية يساوي (x+3) مترًا، أوجد طول الأرضية بدلالة x.

....



7 إذا كانت التكلفة الإجمالية لطلاء حائط تساوي $(2x^2+8x+6)$ جنيهًا، وكانت تكلفة طلاء المتر المربع من الحائط تساوي (2x+2) جنيهًا، فأوجد مساحة الحائط بدلالة x.

....

....

8 أوجد خارج قسمة $(X^2 + 9X + 20)$ على $(X + 4)$

....

....

9 أوجد خارج قسمة: $(Y^3 - 8)$ على $(Y - 2)$

....

....

10 أوجد خارج قسمة: $(2X^2 - X + 6)$ على $(2X + 3)$

....

....

11 أوجد خارج قسمة $(X^2 + 9X + 14)$: على $X + 2$

....

....

12 خارج قسمة $(X^2 + 5X + 6)$ على $(X + 3)$

....

....

13 أوجد خارج قسمة $(X^2 + 7X + 10)$: على $X + 5$

....

....

14 أوجد خارج قسمة $(X^2 + 5X + 6)$ على $(X + 2)$

....

15 إذا كانت مساحة مستطيل $(3X^2 - 5X - 2)$ وحدة مربعة وأحد بعديه $(X - 2)$ وحدة طول.
أوجد البعد الآخر بدلالة X

....

....

16 أوجد خارج قسمة $(X^2 + 8X + 15)$ على $(X + 5)$

....

....

17 أوجد قيمة m التي تجعل المقدار $(X^2 - 2X - m)$ يقبل القسمة على $X + 5$

....

....

18 أوجد خارج قسمة $(X^2 - 7X - 10)$ على $X - 5$

....

....

19 أوجد خارج قسمة $(X^2 + X - 2)$ على $X - 1$

....

....

20 مستطيل مساحته $(X^2 - 5X + 4)$ وكان عرضه $(X - 4)$ فما طوله؟

....

....

الوحدة 3

الهندسة والقياس

المحتويات 

1 المساحات

2 الإنشاءات الهندسية

3 التحويلات الهندسية

4 تركيب التحويلات الهندسية

الدرس 1

المســـــــــــاحـات



تعلم

◂ درست في الأعوام السابقة الصيغ الرياضية لإيجاد مساحات ومحيطات بعض الأشكال الهندسية **أمثلة:**

المثلث	المعين	متوازي الأضلاع	المستطيل	المربع
a, b, c, h	h, s	h, b_1, b_2	w, ℓ	s
$P = a + b + c$ $A = \frac{1}{2} b \times h$	$P = 4s$ $A = s \times h$	$P = 2(b_1 + b_2)$ $A = b_1 \times h$	$P = 2(\ell + +w)$ $A = \ell \times w$	$P = 4s$ $A = s^2$

◂ **في هذا الدرس تتعرف على المزيد من قوانين حساب مساحات الأشكال الهندسية**

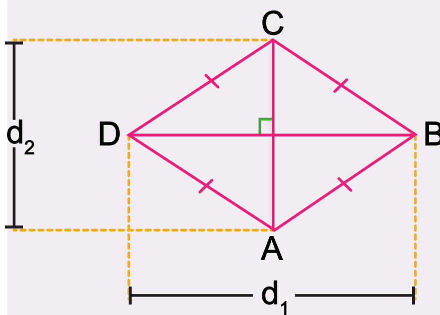
1 مساحة المعين بمعلومية طولي قطريه

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولي قطريه

◂ وبفرض المساحة A، وطولي القطرين d_1، d_2

◂ **يكـــون :**

$$A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$



مثال 1



معين طولا قطريه 5 أمتار، 8 أمتار. أوجد مساحته.

الحل

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولي قطريه

$A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 = 20$ **أي أن مساحة المعين = 20 مترًا مربعًا.**

حاول بنفسك 1

معين طولا قطريه 16 بوصة، 30 بوصة. أوجد مساحته.

....

....

....

....

....

....

مثال 2

معين طول ضلعه 10 قدم وارتفاعه 6.9 قدم وطول أحد قطريه 12 قدم. أوجد طول القطر الآخر

الحل

مساحة المعين = طول الضلع × الارتفاع

= 10 × 6.9 = 96 قدمًا مربعًا

$\because A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$\therefore 96 = \frac{1}{2} \times 12 \times d_2$

$\therefore 96 = 6 \times d_2$

$\therefore d_2 = \frac{96}{6} = 16$

أي أن طول القطر الآخر = 16 قدمًا

حاول بنفسك 2

ABCD معين تقاطع قطراه في M ، $MC = 3x + 3$ ، $MD = x$

أوجد مساحة المعين بدلالة x. ثم أوجد القيمة العددية عند x= 7

D C x 3X + 3 M A B

....

....

....

....

....

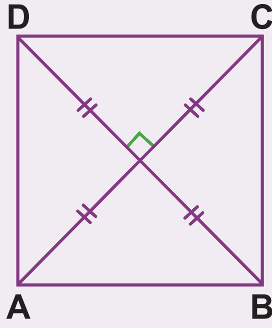
....

....

....

....

2 مساحة المربع بمعلومية طول قطره



- المربع هو معين قطراه متساويان في الطول، وعلى هذا فإن:

مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ × طول القطر × طول القطر

- أي أن : مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره

- وبفرض مساحة المربع A، وطول قطره d يكون: $A = \frac{1}{2}d^2$

فمثلًا: المربع الذي طول قطره 6سم، تكون مساحته بالسنتيمتر المربع:

$$A = \frac{1}{2} \times 6^2 = \frac{1}{2} \times 36 = 18$$

مثال 3

أيهما أكبر في المساحة؟

مربع طول قطره 12 سم أم مستطيل طوله 11 سم وعرضه 7سم

الحل

بفرض أن مساحة المربع A_1: $\therefore A_1 = \frac{1}{2} d^2 = \frac{1}{2} \times 12^2 = \frac{1}{2} \times 144 = 72$

أي أن مساحة المربع = 72 سنتيمترًا مربعًا

وبفرض أن مساحة المستطيل A_2: $\therefore A_2 = \ell \times w = 11 \times 7 = 77$

أي أن مساحة المستطيل = 77 سنتيمترًا مربعًا

∴ مساحة المستطيل > مساحة المربع

حاول بنفسك 3

- مربع طول قطره 8 قدم، ومتوازي أضلاع طول قاعدته 10 قدم والارتفاع المناظر لها 4 قدم.

أوجد مجموع مساحتيهما.

....

....

....

....

....

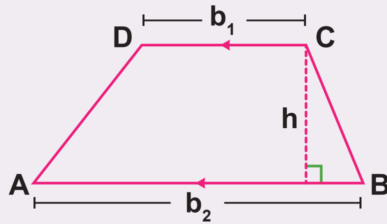
....

....



3 مساحة شبه المنحرف

◂ شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان، ويسمى كل ضلع من الضلعين المتوازيين "قاعدة" وكل ضلع من الضلعين غير المتوازيين "ساق".



فمثلا : في الشكل المقابل ABCD شبه منحرف، $\overline{AB}$ قاعدته الكبرى، $\overline{DC}$ قاعدته الصغرى، وكل من $\overline{AD}$ ، $\overline{BC}$ ساق.

◂ وبفرض مساحة شبه المنحرف A وطولي قاعدتيه المتوازيتين b_1 ، b_2، والارتفاع h يكون:

◂ **أي أن :** $A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

أو $A = b \times h$ **حيث** b هي طول القاعدة المتوسطة

$b = \frac{b_1 + b_2}{2}$

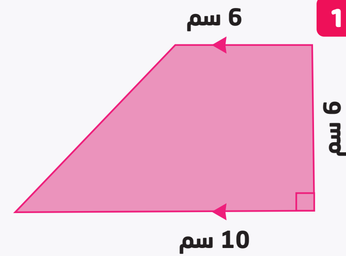
مثال 4



احسب مساحة شبه المنحرف في كل من الشكلين التاليين :

الحل

1

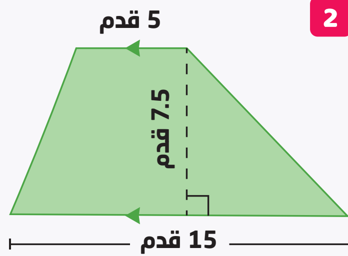


$\because A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

$\therefore A = \frac{1}{2}(6 + 10) \times 6 = 48$

أي أن مساحة شبه المنحرف = 48 سنتيمترًا مربعًا

2



$\because A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

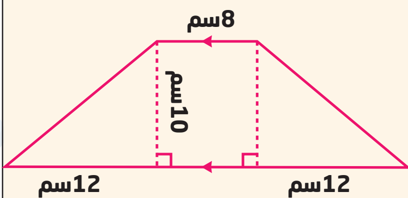
$\therefore A = \frac{1}{2}(5 + 15) \times 7.5 = 75$

أي أن مساحة شبه المنحرف = 75 سنتيمترًا مربعًا

حاول بنفسك 4



◂ أوجد مساحة شبه المنحرف التالي.



....

....

....

....

....

مثال 5

شبه منحرف مساحته 54 سنتيمترًا مربعًا وارتفاعه 9 سم، فإذا كان طول قاعدته الصغرى يساوي 4 سم، أوجد طول قاعدته الكبرى

الحل

$\because A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$

$\therefore 54 = \frac{1}{2}(4 + b_2) \times 9$ ، $54 \times 2 = (4 + b_2) \times 9$

$\therefore 4 + b_2 = 12$

$\therefore b_2 = 8$

أي أن طول القاعدة الكبرى = 8 سم.

حاول بنفسك 5

شبه منحرف مساحته 45 بوصة مربعة، وارتفاعه 5 بوصة. أوجد طول قاعدته المتوسطة.

....

....

....

....

....

....

....

حاول بنفسك 6

شبه منحرف مساحته 20 سم^2 وارتفاعه 4 سم وكان طول قاعدته الكبرى هو 8 سم

احسب طول قاعدته الصغرى .

....

....

....

....

....

....



الدرس 1

تمارين على المساحات

السؤال الأول **اختر الاجابة الصحيحة**

21 إذا كانت مساحة معين 100 وحدة مربعة، فما حاصل ضرب طولي قطريه؟

(أ) 25 (ب) 50 (ج) 100 (د) 200

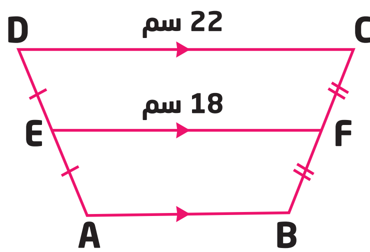
22 إذا كانت مساحة مربع 450 وحدة مربعة، فما طول قطره بوحدات الطول؟

(أ) 15 (ب) 30 (ج) 45 (د) 90

23 شبه منحرف مجموع طولي قاعدتيه المتوازيين يساوي 16 سم، وارتفاعه 5 سم، فما مساحته بالسنتيمتر المربع؟

(أ) 20 (ب) 40 (ج) 80 (د) 160

24 في الشكل المقابل: ما طول $\overline{AB}$ بالسنتيمتر؟



(أ) 14
(ب) 20
(ج) 26
(د) 28

25 مربع طول ضلعه s ومساحته A، فكم تكون مساحة المربع الذي طول قطره 2s؟

(أ) A (ب) 2A (ج) 4A (د) A^2

26 مربع مساحته 32 سم^2 يكون طول قطره .... سم.

(أ) 16 (ب) 12 (ج) 4 (د) 8

27 شبه منحرف ارتفاعه 5 سم، طول قاعدته المتوسطة 9 سم فإن مساحته = ... سم^2.

(أ) 45 (ب) 225 (ج) 50 (د) 14

28 مربع طول قطره 12 سم ، فإن مساحته = ... سم^2.

(أ) 72 (ب) 27 (ج) 144 (د) 12

29 شبه منحرف مساحته 45 متر مربع ، طول قاعدته المتوسطة 9 متر ، فإن ارتفاعه = ... متر.

(أ) 6 (ب) 5 (ج) 405 (د) 9

30 مساحة معين طول قطريه 10 سم و 8 سم ....

(أ) 80 (ب) 40 (ج) 18 (د) 36

31 شبه منحرف ارتفاعه 5 سم وطولا قاعدتيه المتوازيتين 8 سم ، 10 سم فإن مساحته = ... $سم^2$.

(أ) 45 (ب) 54 (ج) 90 (د) 400

32 شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين 10 سم ، X سم وارتفاعه 6 سم فإذا كانت مساحته 54 $سم^2$ فإن: .... = X

(أ) 12 (ب) 9 (ج) 8 (د) 6

33 مساحة المربع الذي طول ضلعه 12 سم تساوي .... سنتيمترا مربعا.

(أ) 18 (ب) 36 (ج) 72 (د) 144

34 معين طولا قطراه 6 سم ، 8 سم فإن مساحة سطحه = ... $سم^2$.

(أ) 48 (ب) 14 (ج) 24 (د) 16

35 معين محيطه 28 سم ، وارتفاعه 5 سم فإن مساحته = ... $سم^2$.

(أ) 17.5 (ب) 35 (ج) 33 (د) 70

36 مساحة المربع الذي طول ضلعه 6 سم .... مساحة المعين الذي طولا قطريه 8 سم ، 9 سم.

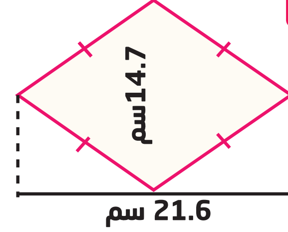
(أ) > (ب) < (ج) = (د) غير ذلك

37 معين طولا قطريه 20 بوصة ، 30 بوصة فإن مساحته = ... بوصة مربعة.

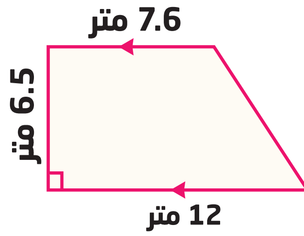
(أ) 150 (ب) 300 (ج) 500 (د) 600

السؤال الثاني — الاسئلة المقالية

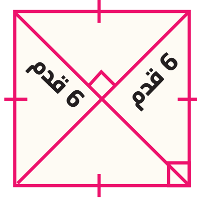
1 أوجد مساحة كل من الأشكال التالية:

1


....
....
....
....

2


....
....
....
....

3


....
....
....
....

2 شبه منحرف مساحته 175 مترًا مربعًا وطولا قاعدتيه المتوازيتين 14 مترًا، 21 مترًا. أوجد ارتفاعه.

....

....

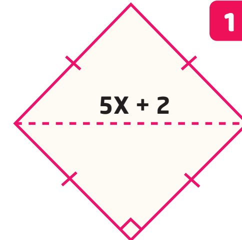
3 أوجد طول قطر المربع الذي مساحته تساوي مساحة معين طولا قطريه 4 أمتار، 25 مترًا.

....

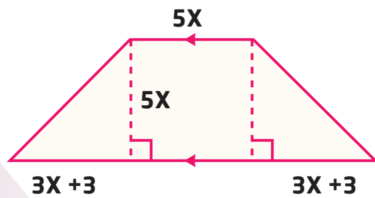
4 . شبه منحرف مساحته 225 بوصة مربعة وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين 23 بوصة وارتفاعه 7.5 بوصة، أوجد طول قاعدته الأخرى.

....

5 أوجد بدلالة x مساحة كل من الشكلين التاليين، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند 4 = X :

1


....
....
....
....

2


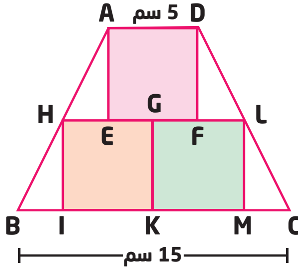
....
....
....
....

6 شبه منحرف مساحته 315 سنتيمترًا مربعًا، وارتفاعه 15 سم، والنسبة بين طولي قاعدتيه 3:4 فما طول كل منهما؟

....

....

7 أوجد مساحة شبه المنحرف ABCD إذا كانت AEFD، HIKG، GKML ثلاث مربعات أضلاعها متساوية في الطول.

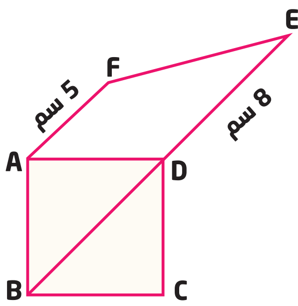


....

....

....

8 احسب مساحة شبه المنحرف ABEF إذا كان ABCD مربعًا طول قطره 6 سم.



....

....

....

9 قطعة أرض زراعية مربعة الشكل طول قطرها 8 كيلو متر، ومساحتها تساوي مساحة مزرعة مستطيلة الشكل عرضها 4 كيلو متر. أوجد طول المزرعة.

....

....

10 قطعتا أرض متساويتان في المساحة، الأولى على شكل معين طولا قطريه 8 أمتار، 27 مترًا، والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه 6 أمتار. أوجد طول قاعدته المتوسطة.

....

....

11 معين مساحته 20 سم^2 وطول أحد قطريه 5 سم فأوجد طول القطر الآخر؟

....

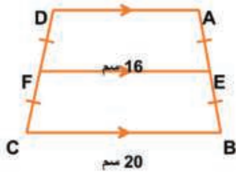
....



12 في الشكل المقابل:

ABCD شبه منحرف فيه : FE = 16 سم ، CB = 20 سم

أوجد طول AD



....

....

....

....

13 أوجد مساحة شبه المنحرف الذي فيه طولا القاعدتين المتوازيتين 4 سم ، 8 سم وارتفاعه 10 سم.

....

....

14 قطعتا أرض متساويتان في المساحة، الأولى على شكل معين طولا قطريه 5 أمتار، 10 أمتار، والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه 5 أمتار، أوجد طول قاعدته المتوسطة.

....

....

15 شبه منحرف مساحته 63 سم^2 وطول قاعدتيه المتوازيتين 8 سم ، 10 سم احسب ارتفاعه.

....

....

16 أيهما أكبر في المساحة : مربع طول قطره 8 سم ، أم معين أطوال أقطاره 12 سم , 5 سم ؟

....

....

17 ايهما اكبر : طول قطر مربع مساحته 18 سم^2 أم طول القاعدة المتوسطة لشبه منحرف مساحته 32 سم^2 وارتفاعه 8 سم

....

الدرس 2

الإنشـــــــاءات الهندسيـــــة



تعلم

◂ تنصيف زاوية: لتنصيف زاوية مثل اتبع الخطوات التالية:

3	2	1
ارسم $(\overline{BD})$ فيكون هو المنصف للزاوية B، ويكون: $m(\angle ABD) = m(\angle CBD)$	بنفس فتحة الفرجار، أو بأي فتحة أخرى، اركز في A وارسم قوسًا، ثم بنفس الفتحة اركز في C وارسم قوسًا آخر يقطع القوس الأول في نقطة D	اركز بسن الفرجار في رأس الزاوية B، وارسم قوسًا يقطع ضلعي الزاوية في نقطتين A، C



حاول بنفسك 1

◂ **ارسم زاوية قياسها °70، ثم نصّفها مستخدمًا المسطرة والفرجار، تأكد من صحة تنصيف الزاوية بالقياس.**

....

....

....

....

....

....



تنصيف قطعة مستقيمة

لتنصيف قطعة مستقيمة مثل $\overline{AB}$ ابتع الخطوات التالية:

3	2	1
A E B C D	A B C D	A B
ارسم $\overline{CD}$ ليقطع $\overline{AB}$ في E فتكون النقطة E منتصف $\overline{AB}$ أي: AE = EB	بنفس فتحة الفرجار اركز في B وارسم قوسين يتقاطعان مع القوسين السابقين في C.	افتح الفرجار فتحة أكبر من نصف طول $\overline{AB}$، ثم اركز في A وارسم قوسين في جهتين مختلفتين من $\overline{AB}$

حاول بنفسك 2

ارسم $\overline{AB}$ طولها 5 سم وقم بتنصيفها باستخدام المسطرة والفرجار وتأكد بالقياس من صحة التنصيف.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

رســـــم المثلـــــث

1 رسم المثلث بمعلومية أطوال أضلاعه

- تعلمت في الفصل الدراسي الأول كيفية رسم المثلث بمعلومية أطوال أضلاعه، ونذكرك به فيما يلي:
- لرسم المثلث ABC الذي فيه طول $\overline{AB}$ يساوي 5سم، وطول $\overline{BC}$ يساوي 4سم، وطول $\overline{AC}$ يساوي 3سم .

اتبع الخطوات التالية:

1	2
استخدم المســـطرة وارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 5 سم	افتح الفرجار فتحة طولها 4سم، اركز في نقطة B وارسم قوسًا
3	**4**
ثم افتح الفرجار فتحة طولها 3سم، واركز في A وارسم قوسًا يقطع القوس الأول في C	ارسم $\overline{AB}$، $\overline{BC}$ فتحصل على المثلث ABC الذي أطوال أضلاعه 5سم، 4سم، 3 سم

حاول بنفسك 3

- ارسم المثلث ABC الذي فيه **AC = 4cm، BC = 9cm، AB = 7cm**، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

....

....

....



2 رسم مثلث بمعلومية طولي ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما

◂ لرسم المثلث ABC الذي فيه طول $\overline{AB}$ يساوي 4 سم، وطول $\overline{AC}$ يساوي 3 سم، $m(\angle BAC) = 65°$.

اتبع الخطوات التالية:

1	2
استخدم المسطرة وارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 4 سم	استخدم المنقلة، ومن نقطة A عيِّن زاوية قياسها 65°، ثم ارسم شعاعًا يحدد الزاوية.
3	**4**
افتح الفرجار فتحة طولها 3 سم، ثم اركز في A وارسم قوسًا يقطع الشعاع المرسوم في نقطة C، فيكون طول $\overline{AC}$ يساوي 3 سم	ارسم $\overline{BC}$ فتحصل على المثلث ABC الذي فيه: AB = 4cm AC = 3 cm (m∠A) = 65°

حاول بنفسك 4

◂ ارسم المثلث ABC الذي فيه: **AB = 3cm، AC = 5cm، m(∠A) = 60°** وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

....

....

....

3 رسم مثلث بمعلومية قياس زاويتين وطول الضلع المرسوم بين رأسيهما

لرسم المثلث ABC الذي فيه طول $\overline{AB}$ يساوي 4 سم، $m(\angle A) = 50°$, $m(\angle B) = 45°$

اتبع الخطوات التالية:

1	2	3
A 4 سم B	50° A 4 سم B	C 50° 45° A 4 سم B
ارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 4 سم	من نقطة A، عيِّن زاوية قياسها 50°، ثم ارسم شعاعًا يحدد الزاوية.	من نقطة B عيِّن زاوية قياسها 45°، ثم ارسم شعاعًا يحدد هذه الزاوية ويقطع الشعاع الأول في C، فتحصل على المثلث ABC الذي فيه: AB = 4cm $(m\angle A) = 50°$ $(m\angle B) = 45°$

حاول بنفسك 5

ارسم المثلث ABC الذي فيه $AB = 5cm, m(\angle A)= 120$ ، $m(\angle B) = 30°$ وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

....

....

....

....

....

....

....

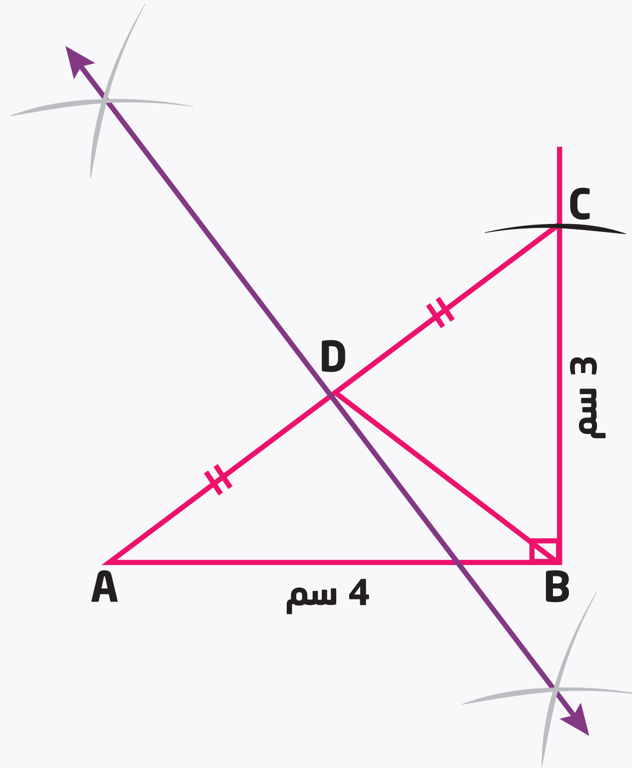




مثال

باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث ABC الذي فيه طول $\overline{AB}$ يساوي 4 سم، طول $\overline{BC}$ يساوي 3 سم، $m(\angle B) = 90°$، ثم نصّف $\overline{AC}$ في نقطة D. هل $BD = \frac{1}{2} AC$ ؟

الحل



بالقياس تجد أن طول $\overline{AC}$ يساوي 5 سم، طول $\overline{BD}$ يساوي 2.5 سم

أي أن: $BD = \frac{1}{2} AC$

حاول بنفسك 6 

ارسم المثلث XYZ الذي فيه YZ = 8cm, XZ = XY = 6cm ثم نصف كلًا من ∠Y، ∠Z بمنصفين يتقاطعان في نقطة M تحقق بالقياس أن: MY = MZ.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

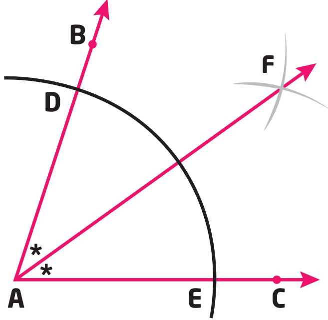


الدرس 2

تمارين على الإنشـــــــــــــــاءات الهندســـــــــــية

السؤال الأول | **اختر الاجابة الصحيحة**

1 عند تنصيف $\angle BAC$ بالفرجار، تجد أن:



(1) $m(\angle BAF)=$ ....

(أ) $m(\angle BFA)$

(ب) $m(\angle EAF)$

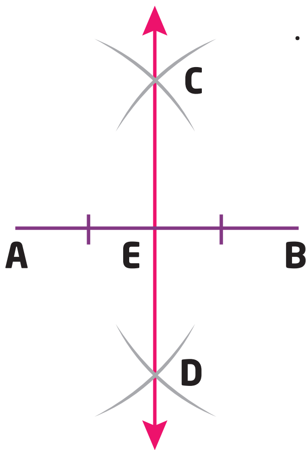
(جـ) $m(\angle EFA)$

(د) $m(\angle EFA)$

(2) طول $\overline{EF}$ يجب أن يساوي طول.............

(أ) $\overline{DF}$ (ب) $\overline{AD}$ (جـ) $\overline{AE}$ (د) $\overline{AF}$

2 عند تنصيف قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ بالفرجار، يجب أن تكون.............



(أ) $AC < \frac{1}{2} AB$

(ب) $AC < AD$

(جـ) $AC > \frac{1}{2} AB$

(د) $AC < AE$

السؤال الثاني | **الاسئلـة المقالية**

استخدم الأدوات الهندسية في كل مما يأتي:

1 ارسم $\angle ABC$ قياسها °120، ثم نصفِّها باستخدام المسطرة والفرجار بالمنصف $\overrightarrow{BD}$ مع توضيح خطوات الحل، تأكد باستخدام المنقلة أن $m(\angle ABD) = m(\angle CBD)$

....

....

....

....

2 ارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 7 سم، ثم نصِّفها باستخدام المسطرة والفرجار في نقطة C مع توضيح خطوات الحل، تأكد باستخدام المسطرة أن C منتصف $\overline{AB}$.

....

....

....

....

3 ارسم ΔABC الذي فيه طول $\overline{AB}$ يساوي 7 سم، طول $\overline{BC}$ يساوي 5 سم، $m(\angle ABC) = 80°$ ، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

....

....

....

....

4 ارسم ΔABC الذي فيه $m(\angle ABC) = 42°$, $m(\angle ACB) = 38°$ ، طول $\overline{BC}$ يساوي 6 سم، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

....

....

....

....

5 ارسم ΔXYZ الذي فيه $XY = 6cm$, $YZ = 4cm$، $XZ = 5cm$ ، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

....

....

....

....

....

....

6 ارسم المثلث ABC المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه 6 سم.

....

....

....

....

....

....

7 ارسم ΔABC الذي فيه $AB = 8cm$, $m(\angle A) = 70°$, $m(\angle B) = 50°$ ، ثم قم بتنصيف $\overline{AB}$ في النقطة D وتنصيف $\overline{BC}$ في النقطة E، أثبت بالقياس أن: $AB = 2DE$.

....

....

....

....

....

....

....

....

8 ارسم $\angle ABC$ قياسها $60°$، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار بالمنصف ثم نصف كل من $\angle ABD$, $\angle CBD$ بالمنصفين $\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{BE}$ على الترتيب.أثبت بالقياس أن: $\overrightarrow{BD}$

$m(\angle ABF) = 3m(\angle CBF)$.

....

....

....

....

....

....

....



9 ارسم القطعة المستقيمة BA التي طولها 6 سم ، ثم نصفها.(لا تمح الأقواس)

....

....

....

....

10 ارسم الزاوية (ABC) التي قياسها 80° ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار.

....

....

....

....

11 ارسم باستخدام الأدوات الهندسية ABC Δ الذي فيه AB = 7 سم ، AC = 3 سم ، BC = 5 سم
ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه. (لا تمح الأقواس)

....

....

....

....

....

....

12 ارسم زاوية قياسها 130° ، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار بالمنصف .
(لا تمـح الأقـواس)

....

....

....

....

....

....

13 ارسم زاوية قياسها °90 ، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار ، وتأكد بالقياس من صحة تنصيف الزاوية.

....

....

....

....

....

....

14 ارسم المثلث XYZ الذي فيه XZ = XY = 6 سم ، YZ = 8 سم ثم نصف كلا من بمنصفين يتقاطعان في نقطة M

....

....

....

....

....

....

15 ارسم زاوية ABC قياسها °120 ثم قسمها إلى أربع زوايا متساوية.

....

....

....

....

....

....

....

....

الدرس 3

التحويـــــــــــلات الهندسيـــــــة





تعلم

◂ التحولات الهندسية: إذا تحركت كل نقاط الشكل الهندسي طبقًا لنظام محدد، فإننا نحصل على صورة لهذا الشكل في وضع جديد، فيُقال إن هذا الشكل تحت تأثير تحويل هندسي، ومن أمثلة التحويلات الهندسية الانعكاس والانتقال والدوران.

الانعكاس في مستقيم	الانتقال	الدوران
الانعكاس في مستقيم هو تكوين صورة معكوسة للشكل عبر خط يُسمى محور الإنعكاس	الانتقال هو إزاحة للشكل على خط مستقيم مسافة محددة وفي اتجاه محدد	الدوران هو تدوير للشكل حول نقطة تُسمى مركز الدوران بزاوية قياسها محدد وفي اتجاه محدد

الصورة الناتجة من الانعكاس أو الانتقال أو الدوران تكون مطابقة للشكل الأصلي

1 الانعكاس في محوري الإحداثيات

◂ النقطة وصورتها بالانعكاس في مستقيم تكونان على بُعدين متساويين من هذا المستقيم، والذي يُسمى محور الإنعكاس

الانعكاس في محور x	الانعكاس في محور y
y, A(x, y), O, A'(x, -y)	y, A'(-x, y), A(x, y), O
$A(x,y) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور X}} A'(x,-y)$	$A(x,y) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور y}} A'(-x,y)$
فمثلًا: صورة النقطة (3، 2) بالانعكاس في محور x هي النقطة (3، -2)	فمثلًا: صورة النقطة (1، -4) بالانعكاس في محور y هي النقطة (1، 4)

مثال 1



ارسم المثلث الذي رؤوسه النقط A (2, 0)، B (4, 1)، C (1, 3) ثم ارسم صورته بالانعكاس في كل من: (1) محور x (2) محور y

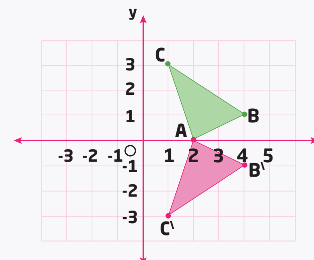
الحل

1 بالانعكاس في محور x:

$A(2, 0) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور X}} A'(2, 0)$

$B(4, 1) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور X}} B'(4، -1)$

$C(1, 3) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور X}} C'(1، -3)$



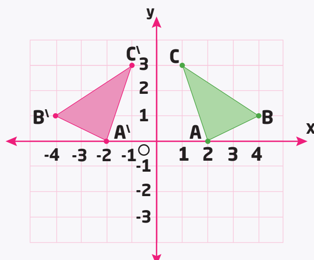
ΔA'B'C' صورة **ΔABC** بالانعكاس في محور x

2 بالانعكاس في محور y:

$A(2, 0) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور y}} A'(-2, 0)$

$B(4, 1) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور y}} B'(-4, 1)$

$C(1, 3) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور y}} C'(-1, 3)$



ΔA'B'C' صورة **ΔABC** بالانعكاس في محور y



حاول بنفسك 1

ارسم صورة متوازي الأضلاع الذي رؤوسه: **D(0.3), C(3,3), B (4,1), A(1,1)**

1 بالانعكاس في محور x **2 بالانعكاس في محور y**

....

....

....

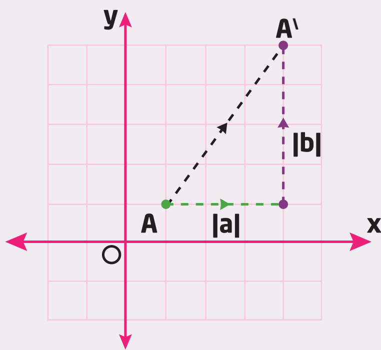
....

....

....

....

2 الانتقال في المستوى الإحداثي



يتحدد الانتقال في المستوى الإحداثي عن طريق الإزاحة الأفقية a والإزاحة الرأسية b، ويُعبر عن ذلك بالزوج المرتب (a , b)، وتكون صورة النقطة **A (x, y)** **بانتقال** (a، b) هي النقطة **A′ (x + a, y + b)**

وتُكتب: A(x, y) ⟶ بانتقال (a, b) ⟶ A′(x + a, y + b)

فمثلاً : صورة النقطة A (3,1) بانتقال 3 وحدات جهة اليمين وأربع وحدات لأعلى، أي بانتقال (3 ,4) هي النقطة A′ (3 + 3, 1 + 4) أي النقطة A′ (6, 5)

مثال 2

ارسم المثلث ABC الذي رؤوسه A (-1, 1), B (3, 1)، C (3,4)، ثم أوجد صورته بكل مما يأتي:

(1) انتقال 3 وحدات يسارًا. (2) انتقال (2- , 1)

الحل

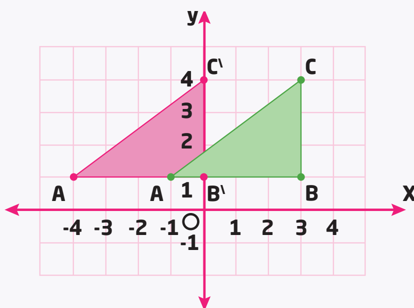
(1)الانتقال 3 وحدات يسارًا يكافئ الانتقال (3- ,0)

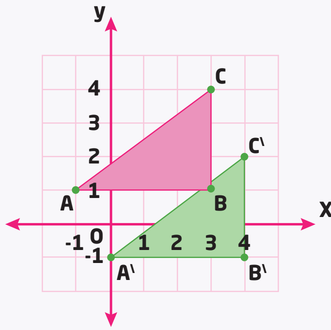
A(-1,1) ⟶ بانتقال (3- , 0) ⟶ A′(-4,1)

B(3,1) ⟶ بانتقال (3- , 0) ⟶ B′(0,1)

C(3,4) ⟶ بانتقال (3- , 0) ⟶ C′(0,4)

ΔA′B′C′ صورة **ΔABC** بانتقال 3 وحدات يسارًا.





(2) الانتقال (2-, 1):

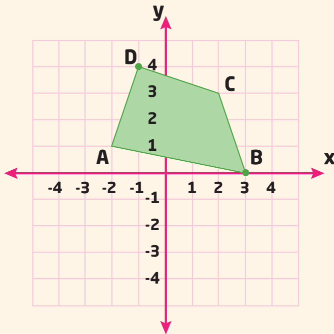
A(-1,1) ——بانتقال (2- , 1)——→ A'(0,-1)

B(3,1) ——بانتقال (2- , 1)——→ B'(4,-1)

C(3,4) ——بانتقال (2- , 1)——→ C'(4,2)

ΔA'B'C' صورة ΔABC بانتقال (2-, 1)

حاول بنفسك 2



ارسم صورة الشكل الرباعي ABCD بانتقال (3- , 2).

....

....

....

....

....

....

....

3 الدوران في المستوى الإحداثي

- الدوران هو تحويل هندسي يجعل كل نقطة من نقط الشكل تدور حول نقطة ثابتة وبزاوية محددة في اتجاه معين.
- النقطة التي يدور حولها الشكل تُسمى مركز الدوران، أي أن الدوران يتحدد تمامًا بالعناصر التالية:

1 مركز الدوران.　　2 قياس زاوية الدوران.　　3 اتجاه الدوران.



إذا كان اتجاه الدوران:

1 **ضد اتجاه** حركة عقارب الساعة، **فإن θ تكون موجبة.**

2 **مع اتجاه** حركة عقارب الساعة، **فإن θ تكون سالبة.**





الدوران R(O, 90°)	الدوران R(O, -90°)
y، x، A (x, y)، A\ (-y, x)، O	x، A (x, y)، A\ (y, -x)، O
A(x,y) $\xrightarrow{R(O, 90°)}$ A′(-y,x)	A(x,y) $\xrightarrow{R(O, -90°)}$ A′(y,-x)
فمثلًا: صورة النقطة (3 ,1) بالدوران **R(O, 90°)** هي النقطة (3, -1)	فمثلًا: صورة النقطة (4, -3) بالدوران **R(O, -90°)** هي النقطة (4,3)

الدوران R(O, ±180°)

A (A x, y)

180⁰

O

A\ (-x,-y)

A(-x,y) $\xrightarrow{R(O, ±180°)}$ A′(-x,-y)

فمثلًا: صورة النقطة (3, -1) بالدوران **R(O, ±180°)** هي النقطة (3-, 1).



ملاحظة :

1 الدوران R(O, 90°) يكافئ الدوران R(O, -270°)

2 الدوران R(O, 270°) يكافئ الدوران R(O, -90°)

مثال 3

ارسم المثلث ABC في المستوى الإحداثي حيث A (-1, 2) ، B (3, 1) ، C (0، 4)

ثم ارسم صورته بكل من الدورانات الآتية:

(1) R(O, 90°) (2) R (O, -90°) (3) R (O, -180°)

الحل

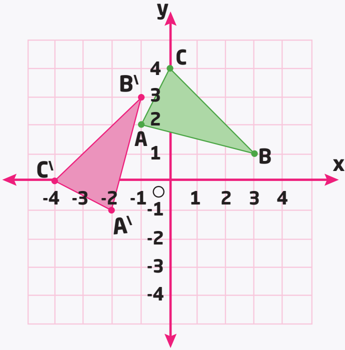
1

A(-1, 2) $\xrightarrow{R(0,90)}$ A'(-2, -1)

B(3, 1) $\xrightarrow{R(0,90)}$ B'(-1, 3)

C(0, 4) $\xrightarrow{R(0,90)}$ C'(-4, 0)

ΔA'B'C' صورة **ΔABC** بالدوران R(O, 90°)



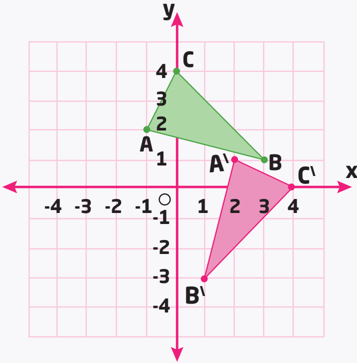
1

A(-1, 2) $\xrightarrow{R(0,-90)}$ A'(2, 1)

B(3, 1) $\xrightarrow{R(0,-90)}$ B'(1, -3)

C(0, 4) $\xrightarrow{R(0,-90)}$ C'(4, 0)

ΔA'B'C' صورة **ΔABC** بالدوران R(O, -90°)



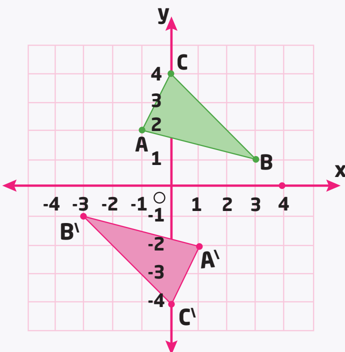
1

A(-1, 2) $\xrightarrow{R(0,-180)}$ A'(1, -2)

B(3, 1) $\xrightarrow{R(0,-180)}$ B'(-3, -1)

C(0, 4) $\xrightarrow{R(0,-180)}$ C'(0, -4)

ΔA'B'C' صورة **ΔABC** بالدوران R(O, 180°)



حاول بنفسك 3

ABCD مربع تقع رؤوسه جميعًا في الربع الثاني، فإذا كانت **A(-1, 1)، B(-1,4)** ارسم في المستوى الإحداثي المربع ABCD ثم أوجد صورته بكل مما يأتي:

1 R(O, -180°) 2 R(O, 270°)

....

....

....



الدرس 3

تمارين على الإنشـــــــــاءات الهندسيـــــــــة

السؤال الأول اختر الاجابة الصحيحة

1 أي مما يأتي صورة النقطة (1,3-) بالانعكاس في محور x؟

(أ) (1,3) (ب) (1,-3-) (ج) (1,-3) (د) (1,3-)

2 أي مما يأتي صورة النقطة (0 ,5) بالانعكاس في محور y؟

(أ) (5,0) (ب) (0 , 5-) (ج) (0,5) (د) (5,0-)

3 أي مما يأتي صورة النقطة (3- ,0) بانتقال (2, 1-)؟

(أ) (1,-1-) (ب) (1,1-) (ج) (1,-1) (د) (1,1)

4 ما صورة النقطة (4- ,2) بالدوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها °90 ضد اتجاه حركة عقارب الساعة؟

(أ) (2,-4-) (ب) (4,2) (ج) (2,4-) (د) (4,-2-)

5 أي من الدورانات الآتية تجعل النقطة A(-x,y) صورة A'(x,-y) ؟

(أ) R(O,-90°) (ب) R(O,90°) (ج) R(O,180°) (د) R(O,360°)

6 إذا كانت النقطة A' صورة النقطة A بالانعكاس في محور X وكانت النقطة A تقع في الربع الثالث، فما الربع الذي تقع فيه النقطة A' ؟

(أ) الأول. (ب) الثاني. (ج) الثالث. (د) الرابع.

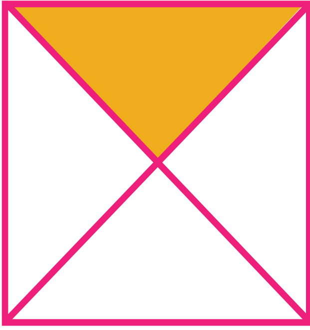
7 ما صورة النقطة (2- ,5) بانتقال 5 وحدات في الاتجاه السالب لمحور X؟

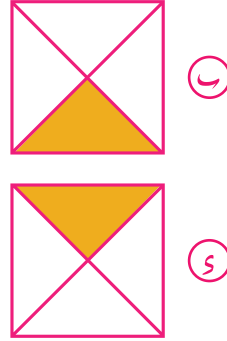
(أ) (5,-7) (ب) (10, -2) (ج) (0,-2) (د) (5,-3)

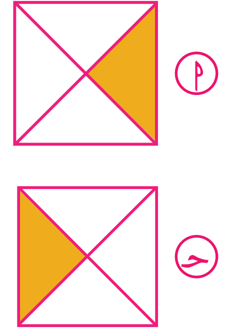
8 ما الدوران الذي يجعل صورة النقطة A(2, -6) هي A'(-6, -2) ؟

(أ) R(O,-180°) (ب) R(O,-90°) (ج) R(O,90°) (د) R(O,180°)

9 أي مما يأتي يمثل دوران المربع المقابل حور مركزه بزاوية قياسها °90 مع اتجاه حركة عقارب الساعة؟







10 ما صورة النقطة (1- ,2) بالانتقال (x-3,y+4) ← (x,y)؟

أ (-1,5) ب (-3,4) جـ (5,3) د (-1,3)

11 إذا كانت النقطة **A' (2,5)** صورة النقطة A بانتقال (x,y-2) ← (x,y) فإن النقطة A هي...............

أ (2, 3) ب (2, 7) جـ (0, -2) د (0, 7)

12 ما الانتقال الذي يجعل النقطة **A' (-2 , 1)** صورة النقطة **A (4 , -5)** ؟

أ (-6, 6) ب (-6, -4) جـ (2, -4) د (6, -6)

13 إذا كانت النقطة $\mathbf{A'(x+1,-2)}$ صورة النقطة $\mathbf{A(-4,2)}$ بالدوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها °180 فما قيمة X؟

أ 3 ب -1 جـ -2 د -5

14 ما صورة النقطة (2, -7) بالدوران (°180, R (O ؟

أ (-2 ,7) ب (7 ,-2) جـ (-7 ,-2) د (-2 ,-7)

15 الدوران المحايد هو دوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها ....

أ °90 ب °180 جـ °270 د °360



16 أى مما يأتى صورة النقطة (x ,y) بالانعكاس فى محور y؟

أ (y ,-x) ب (x ,- y) جـ (-x ,y) د (-x ,-y)

17 أى من النقط التالية صورتها بالانعكاس فى محور y هى نفسها ؟

أ (2 ,-3) ب (3 ,2) جـ (0 ,7) د (-3 ,0)

18 فى الانتقال (5- ,7-)→(2- ,1-) ما العدد المضاف فى الإحداثى y ؟

أ -3 ب 3 جـ 6 د 8

19 صورة النقطة (0 , 4) بالانعكاس في محور X هي ....

أ (0 , 0) ب (0 , 4) جـ (4 , 0) د (0 , - 4)

20 صورة النقطة (3 , 5-) بالدوران R (0 , - 90) هي ....

أ (- 3 , 5) ب (-3 , -5) جـ (3 , 5) د (3 , -5)

21 الدوران الذي يجعل الشكل هو صورة نفسه هو دوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها .... °

أ 90 ب - 90 جـ 180 د 360

22 صورة النقطة (1 , 2) بالانتقال (3 , 4) هي ....

أ (4 , 6) ب (6 , 4) جـ (- 4 , - 6) د (2 , 2)

23 صورة النقطة (-4 , 2) بالدوران R (0 , 180) ....

أ (- 4 , - 2) ب (4 , - 2) جـ (- 2 , - 4) د (- 2 , 4)

24 صورة النقطة (3 , 4) بالانعكاس في محور Y هي ....

أ (- 3 , 0) ب (0 , 4) جـ (4 , - 3) د (- 4 , 3)

25 صورة النقطة (3 , -5) بالانتقال (2 , 3) هي ....

أ (2 , - 5) ب (3 , 2) جـ (5 , 3) د (-2 , 5)

26 صورة النقطة (1 ، 2) بالانتقال (3 ، -3) هو ....

أ (-1 ، 4) ب (3 ، 0) جـ (3 ، 2) د (1 ، 0)

27 صورة النقطة (-2 ، 5) بالانتقال (2 ، -5) هي = ...

أ (3 ، 4) ب (0 ، 0) جـ (2 ، -5) د (4 ، 10)

28 أي مما يأتي صورة النقطة (5 ، 0) بالانعكاس في محور X = ...

أ (5 ، 0) ب (-5 ، 0) جـ (0 ، 5) د (0 ، -5)

29 صورة النقطة (0 ، 3) بالدوران (R (O ، 90° هي ....

أ (0 ، -3) ب (-3 ، 0) جـ (3 ، 0) د (0 ، 3)

30 صورة النقطة (-2 ، 2) بالانتقال (3 ، -1) هي النقطة ....

أ (5 ، 3) ب (1 ، 1) جـ (3 ، 2) د (4 ، 3)

31 صورة النقطة (-3 ، 4) بالدوران (R (O ، 90° هي النقطة ....

أ (3 ، 4) ب (3 ، -4) جـ (-4 ، -3) د (-3 ، 4)

32 صورة النقطة (-2 ، 5) بالدوران (R (O ، -90 هي النقطة ....

أ (2 ، -5) ب (-2 ، -5) جـ (2 ، 5) د (-2 ، 5)

33 الانتقال الذي يجعل النقطة (-2 ، 1) صورة النقطة (4 ، -5) هو ....

أ (-6 ، 6) ب (-6 ، -4) جـ (-4 ، 2) د (6 ، -6)

34 صورة النقطة (1 ، 1) بانتقال 3 وحدات لأعلى هي ....

أ (1 ، 4) ب (4 ، 1) جـ (4 ، 4) د (1 ، -3)

35 صورة النقطة (1 ، -3) بالدوران (R (O ، 270° هي ....

أ (1 ، 3) ب (-1 ، 3) جـ (1 ، -3) د (-1 ، -3)



36 إذا كان صورة النقطة (X - 3 ، 4) بالانعكاس في محور y هي نفسها فإن .... = X

(أ) 4 (ب) 0 (جـ) 3 (د) - 3

37 صورة النقطة (1 ، -3) بانتقال (X + 1 ، Y + 1) هي ....

(أ) (- 2 ، 1) (ب) (2 ، -2) (جـ) (- 2 ، 3) (د) (2 ، 1)

38 صورة النقطة (-2 ، 3) بالانتقال (3 , -4) هي ....

(أ) (1 ، 1) (ب) (- 1 ، - 1) (جـ) (- 1 ، 1) (د) (1 ، - 1)

39 صورة النقطة (2 ، 3) بانتقال 4 وحدات لليسار هي ....

(أ) (6 , 3) (ب) (- 2 ، 3) (جـ) (2 ، 1) (د) (2 , -1)

40 صورة النقطة (-1 ، 3) بالدوران (R (0, 90 هي النقطة ....

(أ) (1 ، - 3) (ب) (- 1 ، - 3) (جـ) (1 , 3) (د) (- 1 ، 3)

41 ما صورة (1 ، 7) بانتقال 3 وحدات في الاتجاه الموجب لمحور Y ؟

(أ) (10 ، 1) (ب) (7 ، 4) (جـ) (4 ، 1) (د) (10 , 4)

42 ما صورة النقطة (6 ، -2) بالانتقال (-3 ، -1) ؟

(أ) (3 ، - 3) (ب) (3 ، 3) (جـ) (- 3 ، 3) (د) (- 3 ، - 3)

43 صورة النقطة (-1 ، 2) بالدوران (R (O ، - 270° هي ....

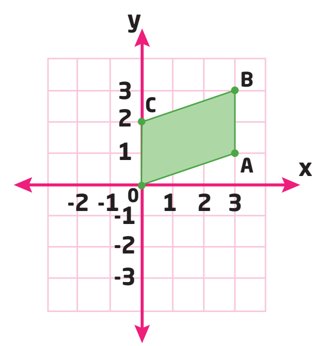
(أ) (-1 , -2) (ب) (1 ، 2) (جـ) (- 1 ، 2) (د) (1 , - 2)

44 ما صورة النقطة (-4 ، 2) بالدوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها 180° ضد اتجاه حركة عقارب الساعة؟

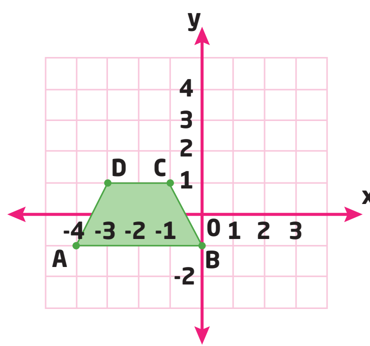
(أ) (4 ، - 2) (ب) (4 ، 2) (جـ) (- 2 ، 4) (د) (- 2 ، - 4)

السؤال الثاني | الاسئلـة المقالية

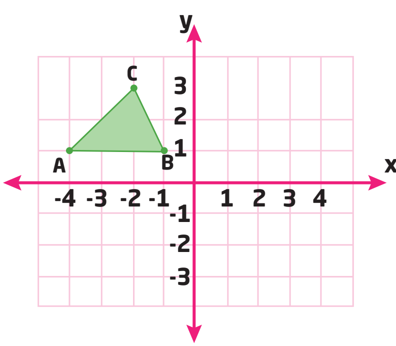
1 ارسم صورة كل شكل من الأشكال الآتية بالتحويلة الهندسية المذكورة أسفل الشكل:



انعكاس في محور x

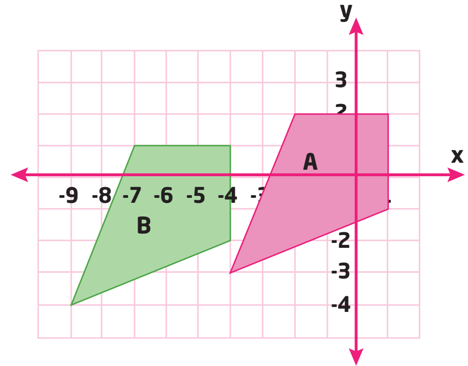


انتقال (4، 3)

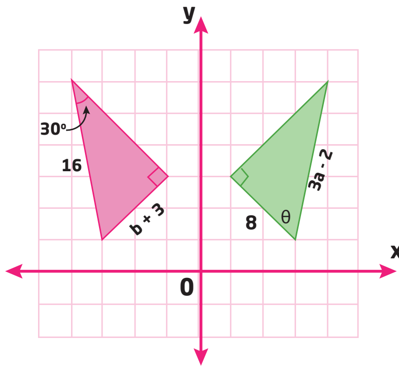


دوران حول نقطة الأصل O في اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية قياسها 90°

2 في الشكل التالي، عيِّن الانتقال الذي يجعل المضلع A صورة المضلع B.



3 في الشكل التالي، عيِّن الانتقال الذي يجعل المضلع A صورة المضلع B.



4 في كل مما يأتي، النقطة وصورتها بالانعكاس في أحد محتوى الإحداثيات، حدد ما إذا كان الانعكاس في محور x أم في محور y:

(1) $F(5,-6) \to F'(-5,-6)$

....

....

(2) $M(7.-9) \to M'(7,9)$

....

....

(3) $N(-3,0) \to N'(-3,0)$

....

....

(4) $C(0,5) \to C'(0,5)$

....

....



5 ارسم ΔABC حيث $A(-6,6)$، $B(-2,2)$، $C(4,1)$ ثم ارسم صورته بكل من التحويلات الآتية:

1 بالدوران $R(0, -90^\circ)$
2 بالدوران $R(0, 90^\circ)$
3 بالانعكاس في محور y
4 بالانتقال $(x, y) \rightarrow (x-1, y+3)$

6 أوجد صورة المضلع ABCD حيث $A(4,-1)$، $B(6,-3)$، $C(9,-4)$، $D(7,1)$ بالدوران: $R(0,-270^\circ)$

7 ارسم على الشبكة التربيعية المثلث ABC حيث C (1 , 3) , B (4 , 1) , A (1 , 1)
ثم أوجد صورته بالانعكاس في محور X

8 ارسم على الشبكة التربيعية المثلث ABC حيث C (1 , 3) , B (3 , 1) , A (-1 , 1)
ثم أوجد صورته بالانتقال (X - 2 , Y + 1)

9 ارسم على الشبكة التربيعية المثلث ABC الذي فيه C (2 , 3) , B (4 , 2) , A (2 , 2)
ثم ارسم صورته بالانتقال(-1 , -1) .

10 ارسم على الشبكة التربيعية المثلث ABC حيث C (-3 , 5) , B (-1 , 1) , A (-4 , 2)
ثم ارسم صورته بالانعكاس في محور Y

11 ارسم $\overline{AB}$ حيث B (4 , 1) , A (-2 , 2) ثم أوجد صورتها بالانعكاس في محور X

12 عين على المستوى الإحداثي النقط C (2 , -4) , B (0 , -1) , A (5 , -1)
ثم ارسم صورة Δ ABC بالانتقال (-3 , 4)

13 ارسم على الشبكة التربيعية Δ ABC حيث: C (4 , 1) , B (3 , 4) , A (0 , 3)
ثم أوجد صورة المثلث بالدوران $R(O, -90^\circ)$

14 ارسم على الشبكة التربيعية Δ ABC حيث: C (4 , 1) , B (3 , 4) , A (0 , 3)
ثم أوجد صورة المثلث بالدوران $R(O, 180^\circ)$

15 أوجد صورة النقطة (4 , 0) بالانتقال (-5 , 0)

16 على شبكة تربيعية متعامدة ارسم Δ ABC حيث: C (0 , 4) , B (0 , 1) , A (3 , 1)
ثم أوجد صورته بالانعكاس على محور X

17 أوجد صورة النقطة (5 , -3) بالانتقال (-3 , 2)

18 عين على المستوى الإحداثي النقط A (2 , 1) , B (2 , 5) , C (4 , 5) , D (4 , 1)
ثم ارسم صورة الشكل ABCD بالانعكاس في محور Y

19 أوجد صورة النقطة (1 , 5) بالانتقال (6 , -3)

20 ارسم المثلث ABC حيث A (- 1 , 2) , B (3 , 1) , C (0 , 4) ثم ارسم صورته بالدوران
R (O , 90°)

21 ارسم على الشبكة التربيعية الشكل الرباعي ABCD حيث A (1 , 1) , B (1 , 5) , C (6 , 1) , D (6 , 5)
ثم أوجد صورته بالدوران R (O , 180°)

22 ارسم المثلث ABC حيث A (- 2 , 5) , B (1 , 2) , C (4 , 4) ثم ارسم صورته بالدوران
R (O , 270°)

23 ارسم المثلث ABC في المستوى الإحداثي حيث A (- 4 , 1) , B (- 1 , 1) , C (- 2 , 3)
ثم ارسم صورته بالدوران R (O , - 270°)

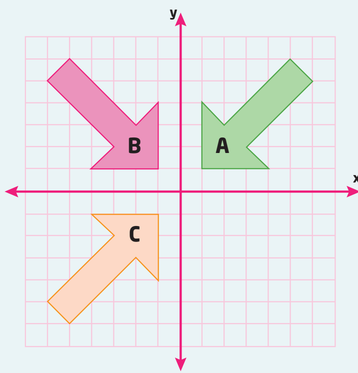
24 اكتب صور النقط التالية: A (2 , - 3) , B (- 5 , 0) بالانعكاس في محور X

الدرس 4

تركيب التحويلات الهندسيـــــــــــة



◀ تركيب التحـويلات الهندسـية: هـو إجـراء تحـويلات هندسـية متتابعة على شكل هندسي وفي بعض الأحيان يمكن وصف الشكل الهندسي الناتج من التركيب بتحويل هندسي واحدمكافئ لهذا التركيب.



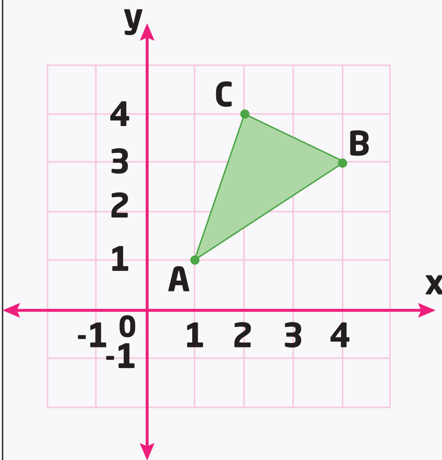
فمثلاً : السهم C هو صورة السهم A بالانعكاس في محور y متبوعًا بالانعكاس في محور X



مثال 1

ارسم $\Delta A'B'C'$ صورة ΔABC بالانعكاس في محور x ثم

ارسم $\Delta A''B''C''$ صورة $\Delta A'B'C'$ بالانعكاس في محور y

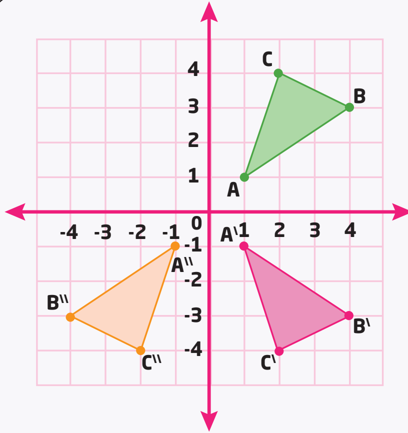


الحل

A (1, 1) ⟶ (بالانعكاس في محور X) A′ (1, -1) ⟶ (بالانعكاس في محور y) A″ (-1, -1)

B (4, 3) ⟶ (بالانعكاس في محور X) B′ (4, -3) ⟶ (بالانعكاس في محور y) B″ (-4, -3)

C (2, 4) ⟶ (بالانعكاس في محور X) A′ (2, -4) ⟶ (بالانعكاس في محور y) B″ (-2, -4)



$\Delta A''B''C''$ صورة ΔABC بالانعكاس في محور x متبوعًا بالانعكاس في محور y.



حاول بنفسك 1

ارسم صورة المثلث ABC حيث $A(-3,2)$, $B(-1,1)$, $C(-1,4)$ بالانعكاس في محور y متبوعًا بالانعكاس في محور x.

....

....

....

....

....

مثال 2

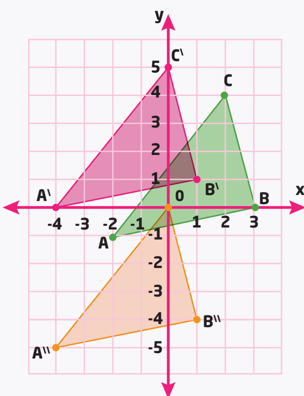
ارسم ΔABC حيث $A(-2,-1)$, $B(3,0)$, $C(2,4)$ ثم ارسم صورته بالانتقال (-2,1) متبوعًا بالانتقال (0, -5).

الحل

A (-2, -1) → بانتقال (-2, 1) → A′ (-4, 0) → بانتقال (0, -5) → A'' (-4, -5)

B (3, 0) → بانتقال (-2, 1) → B′ (1, 1) → بانتقال (0, -5) → B'' (1, -4)

C (2, 4) → بانتقال (-2, 1) → A′ (0, 5) → بانتقال (0, -5) → B'' (0, 0)

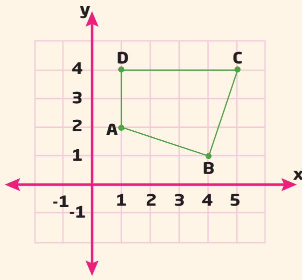


$\Delta A''B''C''$ صورة ΔABC بالانتقال (-2,1) متبوعًا بالانتقال (-5,0)

حاول بنفسك 2

المضلع ABCD على ورق المربعات، ثم ارسم صورته بانتقال (2- ,1)

متبوعًا بانتقال (6 ,6-) .



....

....

....

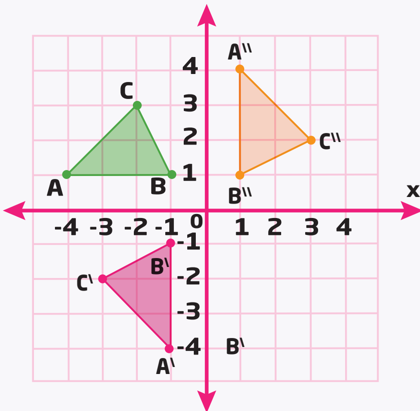
....

مثال 3

ارسم صورة المثلث ABC بالدوران (°R(O, 90 متبوعًا بدوران (°R(O, 180

الحل

A (-4, 1)	$\xrightarrow{R(O, 90^\circ)}$	A′ (-1, -4)	$\xrightarrow{R(O, 180^\circ)}$	A′′ (1, 4)
B (-1, 1)	$\xrightarrow{R(O, 90^\circ)}$	B′ (-1, -1)	$\xrightarrow{R(O, 180^\circ)}$	B′′ (1, 1)
C (-2, 3)	$\xrightarrow{R(O, 90^\circ)}$	A′ (-3, -2)	$\xrightarrow{R(O, 180^\circ)}$	B′′ (3, 2)



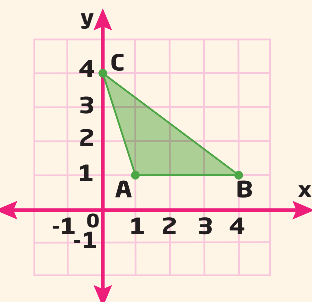
ΔA′′B′′C′′ صورة ΔABC بالدوران

(°R(O, 90 متبوعًا بدوران (°R(O, 180

حاول بنفسك 3

انسخ المثلث ABC على ورق المربعات، ثم ارسم صورته بالدوران

(°R(O,90 متبوعًا بدوران (°R(O,90



....

....

....

....



الدرس 4

تمارين على
تركيب التحويلات الهندسيـــــــــة

السؤال الأول اختر الاجابة الصحيحة

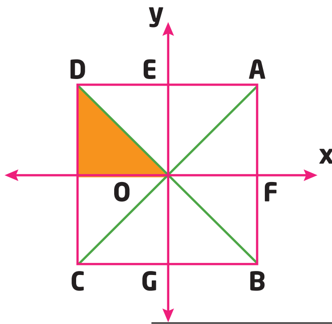
1 ما التحويل الهندسي الذي يكافئ الانعكاس في محور x متبوعًا بالانعكاس في محور y؟

(أ) دوران R(0,90°) (ب) دوران R(0,180°) (جـ) دوران R(0,360°) (د) دوران R(0,270°)

2 ما التحويل الهندسي الذي يكافئ انتقالًا (1,3) متبوعًا بانتقال (0,2)؟

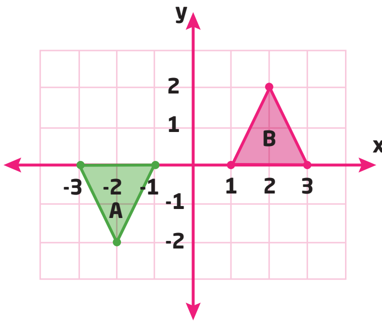
(أ) انتقال (1,5) (ب) انتقال (-1,-1) (جـ) انتقال (1,1) (د) انتقال (0,5)

3 في الشكل المقابل: ما صورة Δ DKO بالانعكاس في محور x متبوعًا بالانعكاس في محور y؟



(أ) ΔBFO
(ب) ΔCKO
(جـ) ΔAFO
(د) ΔBGO

4 في الشكل المقابل: أي من التحويلات التالية تجعل المثلث B صورة المثلث A؟



(أ) انتقال مقداره 3 وحدات لليمين يتبعه انتقال وحدتين لأعلى.
(ب) انعكاس في محور y، يتبعه انعكاس في محور x
(جـ) دوران R(0,180°)، يتبعه الدوران R(0,180°)
(د) دوران R(0,90°)، يتبعه الدوران R(0,180°)

5 ما صورة النقطة (-2,-3) بالانعكاس في محور x متبوعًا بالانعكاس في محور y؟

(أ) (2, 3) (ب) (-2, -3) (جـ) (-2, 3) (د) (3, 2)

6 ما صورة النقطة (-3,5) بالانعكاس في محور x متبوعًا بالانعكاس في محور x مرة أخرى؟

(أ) (3, -5) (ب) (-3, -5) (جـ) (-3, 5) (د) (3, 5)



7 ما صورة النقطة (2,4-) بالدوران $R(O,90°)$ متبوعًا بالدوران $R(O,-180°)$ ؟

أ (4, 2-) ب (4, 2) جـ (2- ,4-) د (2- ,4)

8 ما صورة النقطة (1,0-) بالانتقال (1,0) متبوعًا بالانتقال (3- ,2)؟

أ (3- ,2) ب (0 ,0) جـ (0 ,1) د (0 ,1-)

9 ما صورة النقطة (3,0-) بالدوران $R(O,-90°)$ متبوعًا بالدوران $R(O,-90°)$؟

أ (0 ,3) ب (3 ,0) جـ (3- ,0) د (0 ,3-)

10 ما صورة النقطة (2,3-) بالانتقال $(x,y) \rightarrow (x+1, y-2)$ متبوعًا بالانتقال (1,2-)؟

أ (3- ,5) ب (0, 0) جـ (3 , 2-) د (2- ,3)

11 أى من النقط التالية صورتها بالانعكاس فى محور y متبوعا بالانعكاس فى محور x هى (2- ,7)؟

أ (0, 7) ب (2- ,7-) جـ (2, 7) د (2, 7-)

12 أى من النقط التالية صورتها بالانعكاس فى محور x متبوعا بالانعكاس فى محور x هى (3,4-)؟

أ (4- ,3) ب (4- ,3-) جـ (4, 3-) د (4- ,0)

13 ما النقطة التى صورتها هى نفسها بالانعكاس فى محور x متبوعا بالانعكاس فى محور y ؟

أ (1, 0) ب (0, 1) جـ (0, 0) د (0, 1-)

14 ما صورة النقطة (a ,b-) بالانعكاس فى محور x متبوعا بالانعكاس فى محور y ؟

أ (a ,b) ب (a ,-b) جـ (-a ,-b) د (b ,a)

15 ما صورة النقطة (3, -4-) بالانعكاس فى محور y متبوعا بالانعكاس فى محور x ؟

أ (3 ,-4) ب (-3 ,4) جـ (3 ,4) د (-3 , -4)

16 ما التحويل الهندسى الذى يكافىء انتقالا 3 وحدات في الاتجاه الموجب لمحور x متبوعا 4 وحدات في الاتجاه السالب لمحور y ؟

أ (4 ,3) ب (3 ,4) جـ (-3 ,4) د (3 ,-4)

17 ما صورة النقطة(3- , 5) A بالانتقال 3 وحدات في الاتجاه السالب لمحور x ؟

أ (5 ,- 3) ب (3 ,-3) جـ (2 ,-3) د (2 ,-6)

18 ما صورة النقطة(1 , 2) A بالانتقال (0 , 2) متبوعا بالانتقال (0, 2) ؟

أ (2 ,2) ب (-2 ,-2) جـ (4 ,3) د (3 ,4)

19 ما صورة النقطة(3 , 5) A بالانتقال 4 وحدات لأعلى متبوعا بالانتقال 3 وحدات لليسار ؟

أ (4 ,-3) ب (2 ,7) جـ (9 ,0) د (8 ,7)

20 ما صورة النقطة (-1 ,4) بالانتقال وحدة للأسفل متبوعا بالانتقال 4 وحدات لليمين ؟

أ (0 ,0) ب (0 ,-2) جـ (8 ,0) د (8 ,-2)

21 ما صورة النقطة (5 , 4-) بالدوران R (O ,90°) متبوعا بدوران R (0,180°) ؟

أ (5 ,4) ب (5 ,-4) جـ (- 5 , 4) د (-5 ,-4)

22 الدوران R (0,90°) متبوعا بدوران R (O ,90°) يكافئ الدوران ....

أ R (O ,180°) ب R (O ,90°) جـ R (O,270°) د R (O,360°)

23 صورة النقطة (4 , 1-) بالدوران (°90 , R (O متبوعا بالدوران (°180 , R (O هي ....

أ (-4 , -1) ب (-4 , 1) جـ (4 , -1) د (4 , 1)

24 ما صورة النقطة (3- , 5) بالدوران (° 90 - , R (O متبوعا بالدوران (°180 , R (O ؟

أ (-3 , -5) ب (-3 , 5) جـ (3 , -5) د (3 , 5)



25 صورة النقطة A (2 , - 3) بالانعكاس في محور X متبوعا بالانعكاس في محور Y هي ....

(أ) (2 , 3)　(ب) (- 2 , - 3)　(جـ) (- 2 , 3)　(د) (2 , -3)

26 ما صورة النقطة (4 , - 5) بالانعكاس في محور Y متبوعا بالانعكاس في محور Y مرة أخرى؟

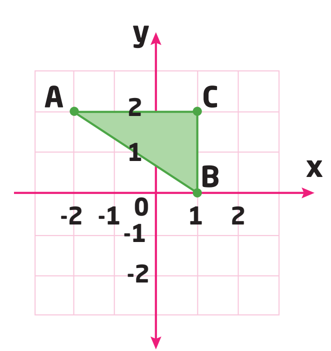
(أ) (4 , 5)　(ب) (- 4 , - 5)　(جـ) (4 , - 5)　(د) (- 4 , 5)

27 ما التحويل الهندسي الذي يكافئ انتقالا (1 , 3) متبوعا بانتقال (0 , 2) ؟

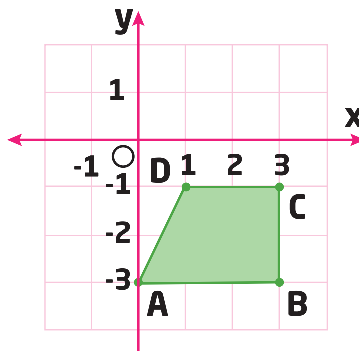
(أ) انتقال (1 , 5)　(ب) انتقال (- 1 , - 1)　(جـ) انتقال (1 , 1)　(د) انتقال (0 , 5)

السؤال الثاني　الاسئلة المقالية

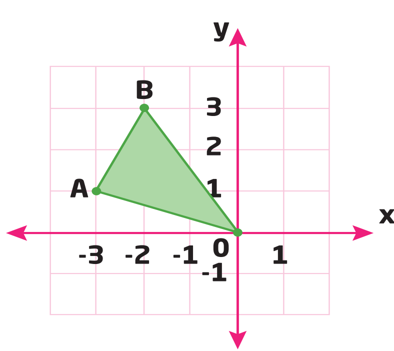
1 انسخ كل شكل على ورق المربعات، ثم ارسم صورته بالتحويلات الهندسية المذكورة أسفله:



انعكاس في محور x متبوعًا بالانعكاس في محور y



انتقال (-1,0) متبوعًا بانتقال (-1,5)



دوران R(O,90°) متبوعًا بدوران R(O,-180°)

2 ارسم في المستوى الإحداثي المثلث ABC حيث **C(3,4), B(1,4), A(1,0)** ثم ارسم صورته بالانعكاس في محور x متبوعًا بالانعكاس في محور y.

3 ارسم في المستوى الإحداثي $\overline{AB}$ حيث **B(0,3), A(-1,0)** ثم ارسم صورة $\overline{AB}$ بالدوران **R(0,90°)** متبوعًا بالدوران **R(0,180°)**.

4 ارسم في المستوى الإحداثي المربع ABCD حيث **D(-1,4), C(3,4), B(3,0), A(-1,0)** ثم ارسم صورته بالانتقال (1,0) متبوعًا بالانتقال $(x, y) \to (x-2, y)$

5 ارسم AB حيث B (- 3 , 5) , A (- 4 , 2) ثم ارسم صورتها بانعكاس في محور X متبوعا بانعكاس في محور Y

6 ارسم على الشبكة التربيعية المثلث ABC حيث C (- 3 , 5) , B (- 1 , 1) , A (- 4 , 2) ثم ارسم صورته بالانعكاس في محور Y متبوعا بالانعكاس في محور X

7 ارسم على الشبكة التربيعية ABC Δ حيث: C (4 , 1) , B (3 , 4) , A (0 , 3) ثم أوجد صورة المثلث بالدوران (R (O , - 90° متبوعا بالدوران (R (O , 180° ؟

8 عين على المستوى الإحداثي النقط C (2 , - 4) , B (0 , - 1) , A (5 , - 1) ثم ارسم صورة ABC Δ بالانتقال (X - 1 , Y + 3) متبوعا بانتقال (2 , -2)

الوحدة 4

الاحتمالات



المحتويات

1 التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث

2 الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي

الدرس 1

التجربة العشوائية – فضاء العينة - الأحداث



تعلم

◄ التجربة العشوائية - فضاء العينة

التجربة العشوائية:

هي كل تجربة يمكن معرفة جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها، ولكن لا نستطيع أن نحدد أيًا من هذه النواتج سوف يتحقق فعلًا عند إجرائها.

فضاء العينة (أو فضاء النواتج):

هو مجموعة كل النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية ما، ويُرمز له عادة بالرمز (S)، ويرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز n(S).



◄ **فمثلًا:**

1 تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر :

◄ هي تجربة عشوائية **لأنه :**

◄ لا يمكنك تحديد الناتج الذي سيحدث فعلًا إلا بعد إجراء التجربة.

◄ يمكنك معرفة جميع نواتجها قبل إجرائها، وهي ظهور صورة (H) أو ظهور كتابة (T)

ويكون فضاء العينة = {H،T}، **ويُكتب** S = {H , T}

وعدد عناصر فضاء العينة عنصران، ويُكتب n (S) = 2

2 تجربة اختيار بطاقة تحمل حرف (B) من مجموعة من البطاقات المتماثلة وتحمل جميعها حرف (B) **ليست تجربة عشوائية**، **لأنه :**

يمكن معرفة نتيجتها بشكل مؤكد قبل إجرائها، وهي بطاقة تحمل حرف B.

3 تجربة سحب كرة ملونة من صندوق به عدد من الكرات المتماثلة غير المعروف ألوانها، **ليست تجربة عشوائية لأنه :** لا يمكن التنبؤ بلون الكرة قبل إجراء التجربة.



مثال 1

بيِّن أيًا من التجارب التالية عشوائية وأيها ليست عشوائية، ثم اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية، مبينًا عدد عناصره:

1 إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي.

2 سحب كرة من حقيبة بها كرة حمراء وكرة زرقاء وكرة بيضاء جميعها متماثلة وملاحظة لونها.

3 سحب كرة من مجموعة كرات خضراء متماثلة وملاحظة لون الكرة المسحوبة.

4 سحب بطاقة من 7 بطاقات متماثلة مرقمة من 12 إلى 18 وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.

5 سحب كرة مرقمة من صندوق يحتوي على مجموعة كرات متماثلة مرقمة (دون أن تعرف أرقامها) وملاحظة رقم الكرة المسحوبة.

الحل

1 تجربة عشوائية ← $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, n(s) = 6$

2 تجربة عشوائية، وبفرض أن: حمراء = R، زرقاء = B، بيضاء W فإن:

$S = \{R, B, W\}, n(s) = 3$

3 ليست تجربة عشوائية

4 تجربة عشوائية ← $S = \{12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}, n(s) = 7$

5 ليست تجربة عشوائية

حاول بنفسك 1

بيِّن أيًا من التجارب التالية عشوائية، وأيها ليست عشوائية، ثم اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية، مبينًا عدد عناصره :

1 سحب كرة من كيس يحتوي على كرة بيضاء وكرة صفراء وكرة حمراء وكرة خضراء جميعها متماثلة وملاحظة لونها.

2 إلقاء مكعب منتظم مرة واحدة تحمل أوجهه الأعداد من 30 إلى 35، وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي.

3 سحب بطاقة من 7 بطاقات متماثلة جميعها مكتوب عليها العدد 5، وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.

....

....

....

....

....

مثال 2

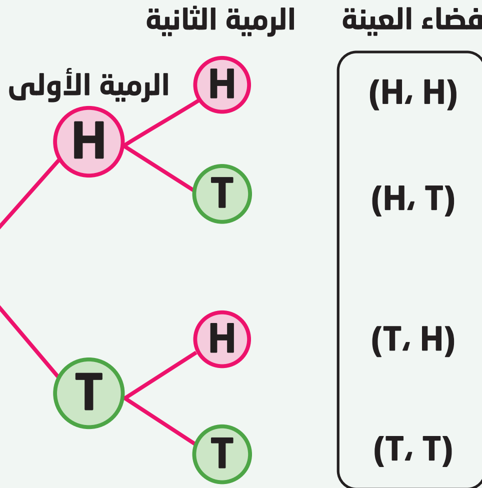
اكتب فضاء العينة لكل من التجربتين العشوائيتين الآتيتين مبينًا عدد عناصره:

1 تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات.

2 تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي في الرميتين.

الحل

1 كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب، مسقطه الأول هو ناتج الرمية الأولى، ومسقطه الثاني هو ناتج الرمية الثانية، وحيث إن النواتج الممكنة لكل من الرميتين الأولى والثانية هي: صورة (H)أ، كتابة (T) فإنه يمكن استخدام الشجرة البيانية المقابلة لإيجاد عناصر فضاء العينة.



$S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T,T)\}$, $n(s) = 4$

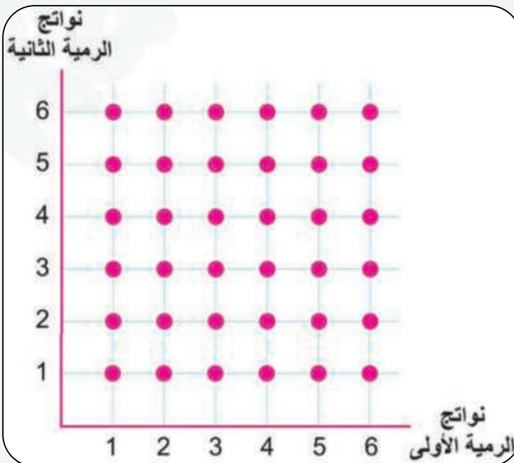
لاحظ أن: $(H, T) \neq (T, H)$

2 كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب، مسقطه الأول هو ناتج الرمية الأولى، ومسقطه الثاني هو ناتج الرمية الثانية، ويمكن تمثيل فضاء العينة (S) على صورة جدول أو هندسيًا على الشبكة البيانية كما يلي:

1 على صورة جدول

الرمية الأولى \ الرمية الثانية	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

2 هندسيًا على الشبكة البيانية



$n(S) = 6 \times 6 = 36$

حاول بنفسك 2

يقدم أحد المطاعم ثلاثة أنواع من العصير؛ المانجو (M) والبرتقال (O) والتفاح (A). فإذا طلب أسامة وأشرف مشروبين على الترتيب، ما جميع النواتج الممكنة لاختيارهما ؟



الأحـــداث

الحدث

- هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

وقوع الحدث:

- يقال إن حدثًا ما قد وقع إذا كان ناتج التجربة العشوائية بعد إجرائها هو أحد عناصر المجموعة التي يتألف منها هذا الحدث.

الحدث المؤكد (S):

- هو حدث لابد أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية.

الحدث المستحيل (φ):

- هو حدث لا يمكن أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية.

الحدث البسيط (أو الأولي):

- هو مجموعة جزئية من فضاء العينة (S) تحتوي على عنصر واحد فقط.

الحدث الممكن:

- هو مجموعة جزئية فعلية من فضاء العينة.

مثال 3

إذا أَلقي حجر نرد منتظم مرة واحدة ولُوحظ الرقم الظاهر على الوجه العلوي، اكتب فضاء العينة ثم أوجد كلًا من الأحداث الآتية مبينًا أيًا منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل :

1. الحدث (A) هو حدث ظهور رقم زوجي.
2. الحدث (B) هو حدث ظهور رقم أكبر من 1.
3. الحدث (C) هو حدث ظهور رقم زوجي أولي.
4. الحدث (D) هو حدث ظهور رقم أقل من 7.
5. الحدث (E) هو حدث ظهور الرقم 8.

الحل

فضاء العينة هو: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

1. $A = \{2, 4, 6\}$
2. $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
3. $C = \{2\}$ ← **حدث بسيط**
4. $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S$ ← **حدث مؤكد**
5. $E = \phi$ ← **حدث مستحيل**

حاول بنفسك 3

في تجربة اختيار عدد صحيح من بين الأعداد 2 إلى 11، اكتب فضاء العينة ثم أوجد كلًا من الأحداث الآتية مبينًا أيًا منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل :

1 حدث ظهور عدد فردي.
2 حدث ظهور عدد أقل من 16.
3 حدث ظهور عدد أقل من أو يساوي 4.
4 حدث ظهور العدد 6.
5 حدث ظهور عدد زوجي يقبل القسمة على 9
6 حدث ظهور عدد مربع كامل.

....
....
....
....
....
....



مثال 4

من مجموعة الأرقام {7، 6، 4، 3} كوّن عددًا من رقمين مختلفين.

1 الحدث (A) هو حدث «رقم العشرات فردي»
2 الحدث (B) هو حدث «العدد يقبل القسمة على 4»
3 الحدث (C) هو حدث «مجموع الرقمين 10»

الحل

فضاء العينة هو:

$S = \{34, 36, 37, 43, 46, 47, 63, 64, 67, 73, 74, 76\}$

1 $A = \{34, 36, 37, 73, 74, 76\}$

2 $B = \{36, 64, 76\}$

3 $C = \{37, 46, 64, 73\}$

حاول بنفسك 4

في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الذي يظهر على الوجه العلوي في الرميتين: اكتب كلًا من الأحداث الآتية :

1 الحدث (A) هو حدث الحصول على عددين مجموعها 8.
2 الحدث (B) هو حدث الحصول على عددين أكبرهما هو العدد 3.
3 الحدث (C) هو حدث الحصول على عددين متساويين.



الدرس 1

تمارين على
التجربة العشوائية – فضاء العينة - الأحداث

السؤال الأول اختر الاجابة الصحيحة

1 سحب بطاقة من مجموعة بطاقات متماثلة مرقمة دون معرفة الأرقام المكتوب على البطاقات:

(أ) تجربة عشوائية (ب) ليست تجربة عشوائية
(جـ) حدث مستحيل (د) حدث مؤكد

2 في تجربة اختيار أحد أرقام العدد 5742 عشوائيًا، ما فضاء العينة؟

(أ) {2 ،4 ،5} (ب) {2 ،4 ،5 ،7} (جـ) {57 ،74 ،42} (د) {5742}

3 في تجربة تكوين عدد من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {4، 3، 1} ما عدد عناصر الحدث الذي يعبر عن أن «العدد الناتج عدد فردي»

(أ) 2 (ب) 3 (جـ) 4 (د) 6

4 في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية، ما عدد عناصر فضاء العينة؟

(أ) 2 (ب) 4 (جـ) 8 (د) 16

5 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، أي من الأحداث الآتية هو حدث بسيط؟

(أ) حدث ظهور عدد أكبر من 6. (ب) حدث ظهور عدد زوجي أولي.
(جـ) حدث ظهور عدد أقل من أو يساوي 2. (د) حدث ظهور عدد فردي أولي.

6 عند سحب بطاقة من بين 10 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 10 أى مما يأتى هو حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 2 على البطاقة المسحوبة ؟

(أ) {8 , 6 , 4 , 2} (ب) {6 , 2}
(جـ) {10 , 8 , 6 , 4 , 2} (د) {12 , 10 , 8 , 6 , 4 , 2}

7 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي فأى مما يأتى هو حدث مؤكد ؟

(أ) {3,5,1} (ب) {2,4,6} (جـ) {1} (د) {1,2,3,4,5,6}

8 في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة وملاحظة وجهها العلوى ثم سحب بطاقة من بطاقتين مرقمين 1 ، 2 فإن فضاء العينة S هو ....

(أ) {(H, T), (T, H) ,(1 ,2) ,(2 ,1)}
(ب) {(H, 1), (H, 2), (T, H), (T, 2)}
(جـ) {(H, 2), (T, 1), (H, 1), (T, 2)}
(د) {(H), (1, T), (2, H), (2, T ,1)}

---

9 ألقيت قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين ولوحظ تتابع الصور والكتابات، فإن حدث ظهور كتابة في الرمية الأولى هو........... (حيث الصورة H ، الكتابة T)

(أ) {(T, T), (T, H)}
(ب) {(T, H)}
(جـ) {(H, T)}
(د) {(T, T)}

السؤال الثاني — الاسئلة المقالية

---

1 حقيبة بها 25 بطاقة متماثلة ومرقمة من 1 إلى 25، سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا ولوحظ العدد المسجل على البطاقة المسحوبة.

اكتب كلًا من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) هو حدث ظهور عدد أصغر من 4.

....

2 الحدث (B) هو حدث ظهور عدد من مضاعفات 6.

....

3 الحدث (C) هو حدث ظهور عدد فردي يقبل القسمة على 5.

....

4 الحدث (D) هو حدث ظهور عدد مكعب كامل.

....

---

2 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الذي يظهر على الوجه العلوي.

اكتب فضاء العينة ثم اكتب كلًا من الأحداث الآتية مبينًا أيًا منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل:

1 الحدث (A) هو حدث ظهور رقم أكبر من صفر.

....



2 الحدث (B) هو حدث ظهور رقم يقبل القسمة على 3.

....

3 الحدث (C) هو حدث ظهور رقم أقل من أو يساوي 4.

....

4 الحدث (D) هو حدث ظهور يحقق المتباينة: $x > 5$.

....

5 الحدث (E) هو حدث ظهور رقم فردي غير أولي.

....

6 الحدث (F) هو حدث ظهور رقم أكبر من 4 وأصغر من 5.

....

7 الحدث (G) هو حدث ظهور رقم ليس مربعًا كاملًا.

....

---

3 في تجربة رمي قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات.

اكتب فضاء العينة (S) ثم عبر عن كل من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) هو حدث «ظهور كتابة في الرمية الأولى»

....

2 الحدث (B) هو حدث «ظهور كتابة في إحدى الرميتين فقط».

....

3 الحدث (C) هو حدث «ظهور نفس الشيء في الرميتين»

....

4 الحدث (D) هو حدث «عدم ظهور صورة»

....

5 الحدث (E) هو حدث «زهور شيء مختلف في الرميتين».

....

4 أُلقيت قطعة نقود منتظمة ثم حجر نرد منتظم، ولُوحظ الوجه العلوي لقطعة النقود والعدد الظاهر على الوجه العلوي لحجر النرد.

مثّل فضاء العينة بشكل شجري، ثم أوجد الحدثين الآتيين:

1 الحدث (A) هو حدث «ظهور كتابة وعدد زوجي»

....

2 الحدث (B) هو حدث «ظهور صورة وعدد فردي»

....

5 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، **اكتب الأحداث الآتية:**

1 الحدث (A) هو حدث «ظهور العدد 3 في الرمية الثانية».

....

2 الحدث (B) هو حدث «ظهور عددين مجموعهما أكبر من أو يساوي 10»

....

3 الحدث (C) هو حدث «ظهور عددين مجموعهما 15».

....

6 من مجموعة الأرقام { 5 , 6 , 7 } اكتب فضاء العينة (S) لتجربة تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين

ثم اكتب كل من:

1 الحدث (A) : هو حدث « رقم العشرات أولي »

2 الحدث (B) : هو حدث « رقم الآحاد زوجي »

....

....

7 في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات .اكتب فضاء العينة مبينا عدد عناصره.

....

....

....



8 من مجموعة الأرقام { 1 ، 2 ، 3 } اكتب فضاء العينة (S) لتجربة تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين ، ثم اكتب كل من:

1 الحدث (A) : هو حدث « رقم العشرات زوجي »

2 الحدث (B) : هو حدث « رقم الآحاد فردي »

....

....

....

---

9 من مجموعة الأرقام { 1 ، 3 ، 4 ، 5 } كون عددا من رقمين مختلفين ، اكتب فضاء العينة لهذه التجربة ، ثم أوجد كلا من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) : هو حدث الحصول على عدد أكبر من 30

2 الحدث (B) : هو حدث الحصول على عدد أولي

....

....

....

---

10 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة ، اكتب فضاء العينة ثم اكتب كل من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) : حدث الحصول على عدد فردي

2 الحدث (B) : حدث الحصول على عدد أصغر من 4

....

....

---

11 إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولوحظ الرقم الظاهر على الوجه العلوي ، اكتب فضاء العينة ثم أوجد كلا من الأحداث الآتية مبينا أيا منها بسيط وأيهما مؤكد وأيهما مستحيل:

1 الحدث (A) : هو حدث ظهور رقم يقبل القسمة على 4

2 الحدث (B) : هو حدث ظهور رقم أكبر من 6

....

....

12 إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولوحظ الرقم الظاهر على الوجه العلوي ، اكتب فضاء العينة ثم أوجد كلا من الأحداث الآتية مبينا أيا منها بسيط وأيهما مؤكد وأيهما مستحيل:

1 الحدث (A) : هو حدث ظهور رقم زوجي أولي

2 الحدث (B) : هو حدث ظهور الرقم 8

....

....

13 من مجموعة الأرقام { 3 ، 4 ، 6 } كون عددا من رقمين مختلفين ، اكتب فضاء العينة لهذه التجربة ثم أوجد كلا من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) : هو حدث (مجموع الرقمين 10)

2 الحدث (B) : هو حدث (العدد يقبل القسمة على 4)

....

....

14 عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي ، اكتب فضاء العينة ثم اكتب كلا من الأحداث الآتية مبينا أيا منها بسيط وأيهما مؤكد وأيهما مستحيل:

1 الحدث (A) : هو حدث ظهور العدد يقبل القسمة على 5

2 الحدث (B) : هو حدث ظهور عدد أكبر من الصفر

3 الحدث (C) : هو حدث ظهور عدد أكبر من 4 وأصغر من 5

....

الدرس 2

الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي




تعلم

الاحتمال النظري

الاحتمال النظري :

يقوم على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوي الإمكانات، ويساوي النسبة بين عدد نواتج الحدث والعدد الكلي للنواتج.

- **أي أن:** احتمال وقوع أي حدث (A) = $\frac{\text{عدد نواتج الحدث A}}{\text{العدد الكلي للنواتج}}$
- ويُرمز لاحتمال وقوع الحدث A بالرمز **P(A)**



لاحظ أن:

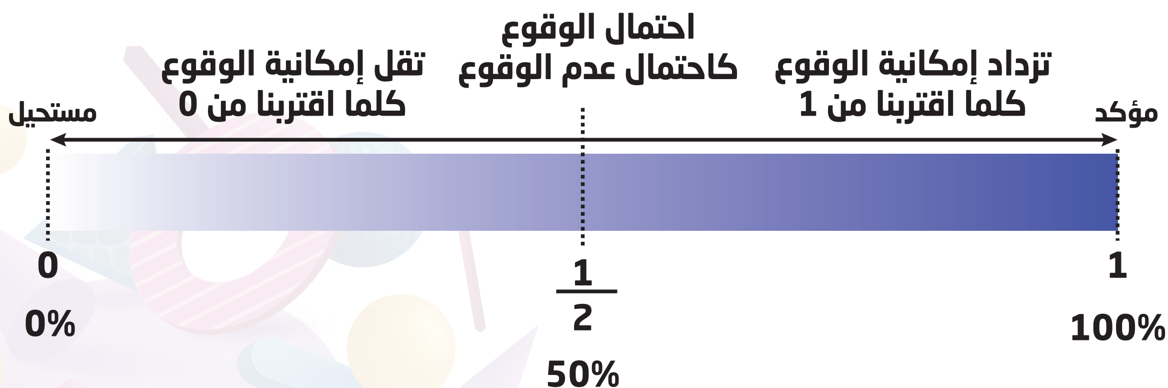
1 احتمال الحدث المستحيل يساوي الصفر

ويُكتب: $P(\phi) = 0$

2 احتمال الحدث المؤكد يساوي الواحد

ويُكتب: $P(S) = 1$

- احتمال الحدث الممكن يقع بين الصفر والواحد الصحيح، كما هو موضح فيما يلي:



مثال 1

عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:

1 حدث A «الحصول على عدد زوجي»
2 حدث B «الحصول على عدد أقل من 8»
3 حدث C «الحصول على عدد فردي أولي»
4 حدث D «الحصول على العدد 4»
5 حدث E «الحصول على عدد أكبر من 6»

الحل

جميع النواتج التي تظهر هي: 1، 2، 3، 4، 5، 6 وعددها يساوي 6

1 ∵ الأعداد الزوجية هي: 2، 4، 6 وعددها يساوي 3

$$\therefore P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ويمكن أن تكتب: $P(A) = \frac{1}{2}$، $P(A) = 50\%$، $P(A) = 0.5$

2 ∵ الأعداد الأقل من 8 هي: 1، 2، 3، 4، 5، 6 وعددها يساوي 6

$$\therefore P(B) = \frac{6}{6} = 1$$

ويمكن أن تكتب: $P(B) = 1$ أو $P(B) = 100\%$

3 ∵ الأعداد الفردية الأولية هي: 3، 5 وعددها يساوي 2

$$\therefore P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

ويمكن أن تكتب: $P(C) = \frac{1}{3}$, $P(c) = 0.333$, $P(C) = 33\frac{1}{3}\%$

4 ∵ العدد 4 هو عدد واحد فقط

$$\therefore P(D) = \frac{1}{6}$$

5 ∵ لا يوجد عدد أكبر من 6، أي أن عددها يساوي 0

$$\therefore P(E) = \frac{0}{6} = 0$$





حاول بنفسك 1

سُحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات متماثلة مرقمة من 5 إلى 14.

أوجد احتمال كل من الأحداث التالية :

1 عددًا فرديًا.

2 عددًا زوجيًا أكبر من 9.

3 عددًا أوليًا.

4 عددًا أقل من 5.

5 عددًا مربعًا كاملًا.

....

....

....

....

....



مثال 2

ألقيت قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين ولُوحظ تتابع الصور والكتابات :

1 حدث A «الحصول على صورتان »

2 حدث B «الحصول على صورة واحدة على الأقل.

3 حدث C «الحصول على نفس الشيء في الرميتين».

4 حدث D «الحصول على صورة في الرمية الأولى».

الحل

جميع النواتج التي تظهر هي: (T، T)، (H، T)، (T، H)، (H، H) وعددهم 4

1 النواتج التي بها صورتان هي (H، H) وعددهم 1

$$\therefore P(A) = \frac{1}{4}$$

2 النواتج التي بها صورة واحدة على الأقل هي (H، T)، (T، H)، (H، H) وعددهم 3.

$$\therefore P(B) = \frac{3}{4}$$

3 النواتج التي بها نفس الشيء في الرميتين هي (T، T)، (H، H) وعددهم 2.

$$\therefore P(C) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

4 النواتج التي بها صورة في الرمية الأولى هي (H، H)، (H، T) وعددهم 2

$$\therefore P(D) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

حاول بنفسك 2

من مجموعة الأرقام {7، 5، 3، 2} كوّن عدد من رقمين مختلفين، فإذا اختير أحد هذه الأعداد عشوائيًا فأوجد احتمال أن يكون:

1. رقم عشرات العدد أكبر من رقم الآحاد.
2. العدد أوليًا.
3. أحد الرقمين زوجيًا.

....

....

....

....

....

مثال 3



كيس به كرة حمراء، 6 كرات زرقاء، 3 كرات خضراء جميعها متماثلة، إذا سُحبت كرة عشوائيًا من الكيس ولُوحظ لونها، فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

1. خضراء؟
2. خضراء أو زرقاء ؟
3. بيضاء؟
4. ليست خضراء؟

الحل

بفرض أن (حمراء = R)، (زرقاء = B)، (خضراء = G)، (بيضاء = W)

العدد الكلي للكرات = 1 + 6 + 3 = 10 كرات

$$P(B) = \frac{6}{10} = 0.6 \qquad P(G) = \frac{3}{10} = 0.3 \qquad P(R) = \frac{1}{10} = 0.1$$

1 $P(G) = \frac{3}{10} = 0.3$

2 $P(B \quad G) = \frac{6+3}{10} = \frac{9}{10} = 0.9$

3 $P(W) = \frac{0}{10} = 0$

4 $P(B\ R) = \frac{6+1}{10} = \frac{7}{10} = 0.7$

لاحظ أن : كل كرة لها نفس فرصة الظهور حيث:

R لها 1 فرصة — B لها 6 فرص — G لها 3 فرص

حل آخر لحساب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست خضراء:

$\because P(G) = 0.3$

$\therefore P(G) 1 - 0.3 = 0.7$

حاول بنفسك 3

تعرض السينما مجموعة من الأفلام كالتالي:

3 فيلم كوميدي ، 2 فيلم كرتون ، 1 فيلم رعب ، 4 فيلم اجتماعي ، إذا اخترت فيلماً عشوائياً ، فما احتمال ان يكون الفيلم :

1 اجتماعيًا؟
3 كوميديًا أو اجتماعيًا؟
2 فيلم رعب؟
4 ليس كوميديًا؟

....

....

....

....

....



تعلـم : الاحتمال التجريبي

الاحتمال التجريبي :

يعتمد على إجراء تجربة عمليًا تم تسجيل نتائجها ثم استخدام هذه النتائج في حساب الاحتمال كما يلي:

الاحتمال التجريبي للحدث (A) = $\frac{\text{عدد مرات وقوع الحدث A}}{\text{عدد مرات إجراء التجربة}}$



مثال 4

إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة 100 مرة فظهرت الصورة في 41 مرة منها ، أوجد الاحتمال التجريبي لظهور :

1 الصورة (H).
2 الكتابة (T).

الحل

1 عدد مرات ظهور الصورة (H) يساوي 41 مرة

$$\therefore P(H) = \frac{41}{100} = 0.41 = 41\%$$

2 عدد مرات ظهور الكتابة (T) هو: 59 = 41 - 100

$$\therefore P(T) = \frac{59}{100} = 0.59 = 59\%$$



لاحظ أن:

في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة تجد أن الاحتمال النظري لظهور صورة ($\frac{1}{2}$ = 50%)وبالتالي يوجد اختلاف بين الاحتمال التجريبي لظهور صورة الموجود بالمثال المجاور (41%) وبين الاحتمال النظري لظهور صورة (50%)، ونلاحظ أنه كلما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما اقتربت قيمة الاحتمال التجريبي من قيمة الاحتمال النظري.

حاول بنفسك 4

أُلقي حجر نرد منتظم 150 مرة ولُوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوي وكانت نتائج ظهور الأعداد كالتالي:

العدد	1	2	3	4	5	6
عدد مرات الظهور	28	19	23	28	25	27

(1) أوجد الاحتمال التجريبي:

1 لظهور العدد 2.

2 لعدم ظهور العدد 5.

(2) أوجد الاحتمال النظري لظهور العدد 2.

....

....

....

....

....



مثال 5

قسم قرص دوار إلى عدة قطاعات ملونة ومتساوية في المساحة، فإذا أُدير القرص 50 مرة وكان الجدول المقابل يوضح عدد المرات التي توقف عندها المؤشر على كل لون :

اللون	أحمر	أزرق	أصفر	أخضر	بنفسجي
عدد المرات	8	9	13	9	11

1 أوجد الاحتمال التجريبي لوقوف المؤشر على اللون الأصفر.

2 أوجد الاحتمال النظري لوقوف المؤشر على اللون الأصفر.

3 إذا زاد عدد مرات تدوير القرص إلى 500 مرة، ماذا تتوقع عن فرصة وقوف المؤشر على اللون الأصفر؟

الحل



1 الاحتمال التجريبي لوقوف المؤشر على اللون الأصفر يساوي:

$$\frac{13}{50} = 0.26 = 26\%$$

2 ∵ الألوان الخمسة موزعة بالتساوي في القرص الدوار

∴ الاحتمال النظري لوقوف المؤشر على اللون الأصفر يساوي:

$$\frac{1}{5} = 0.2 = 20\%$$

3 عند زيادة عدد مرات تدوير القرص إلى 500، نتوقع أن فرص وقوف المؤشر على اللون الأصفر تقل حتى تقترب قيمة الاحتمال التجريبي من قيمة الاحتمال النظري (20%)

حاول بنفسك 5

عند سحب كرة ملونة من كيس به أربع كرات متماثلة، حمراء، خضراء، زرقاء، بيضاء، كانت النسبة المئوية لعدد مرات سحب الكرة كما بالجدول التالي :

اللون	أخضر	أزرق	أبيض	أحمر
نسبة عدد مرات السحب	23%	27%	28%	22%

1 أوجد الاحتمال التجريبي لعدم سحب الكرة الزرقاء.

2 إذا كان عدد مرات إجراء التجربة 200 مرة، فأوجد عدد مرات سحب كرة بيضاء.

3 أوجد الاحتمال النظري لسحب الكرة الحمراء.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....



الدرس 2

تمارين على الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي

السؤال الأول **اختر الاجابة الصحيحة**

1 إذا كنت تفكر في شراء قلم واحد من مجموعة أقلام متماثلة تحتوي على 5 أقلام حمراء، 2 قلم أزرق، 3 أقلام سوداء، واخترت قلمًا عشوائيًا، ما احتمال أن يكون القلم أزرق؟

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{5}$ (حـ) $\frac{2}{15}$ (ء) $\frac{1}{15}$

2 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، ما احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 2؟

(أ) صفر (ب) $33\frac{1}{3}$ % (حـ) 50% (ء) 75%

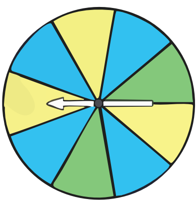
3 عند رمي حجر نرد منتظم 10 مرات متتالية، إذا ظهر العدد 4 مرتين على الوجه العلوي للنرد، فما الاحتمال التجريبي لعدم ظهور العدد 4؟

(أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{2}{10}$ (حـ) $\frac{5}{6}$ (ء) $\frac{8}{10}$

4 إذا كان A حدثًا من تجربة عشوائية ذات فرص متساوية في الظهور، وكان احتمال الحدث A يساوي 40%، وعدد عناصر فضاء العينة 15 عنصرًا، فما عدد عناصر الحدث A؟

(أ) 2 (ب) 4 (حـ) 6 (ء) 10

5 لدى حمزة لعبة دوارة مقسمة إلى 9 أقسام متساوية، كما هو موضح بالشكل المقابل عندما تدور يقع المؤشر بشكل عشوائي على أحد الأقسام، فما احتمال أن يقع المؤشر على اللون الأزرق أو الأصفر؟



(أ) $\frac{2}{9}$ (ب) $\frac{4}{9}$ (حـ) $\frac{7}{9}$ (ء) $\frac{8}{9}$

6 أى من الآتى يمكن أن يكون احتمال وقوع أحد الأحداث ؟

(أ) 1.2 (ب) -0.4 (حـ) % 215 (ء) $\frac{2}{3}$

7 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم وملاحظة الوجه العلوى، فإن احتمال ظهور عدد لا يساوى 2 هو ....

(أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{2}{3}$ (حـ) $\frac{1}{3}$ (ء) $\frac{5}{6}$



8 إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة 400 مرة فإن أقرب عدد لظهور الكتابة مما يأتى هو ....

(أ) 300 (ب) 188 (ج) 270 (د) 90

9 عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور الصورة = ...

(أ) 1 (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) 0

10 عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور الكتابة = ...

(أ) 1 (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) 0

11 احتمال الحدث المؤكد = ...

(أ) 0 (ب) 1 (ج) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{1}{3}$

12 مجموع الاحتمالات الممكنة لنواتج التجربة العشوائية = ...

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) 1 (ج) 0 (د) $\emptyset$

13 الحدث المستحيل = ...

(أ) $\emptyset$ (ب) 1 (ج) 0 (د) 3

14 احتمال الحدث المستحيل يساوي ....

(أ) 0 (ب) 0.5 (ج) 1 (د) $\emptyset$

15 إذا كان احتمال وقوع حدث ما هو 70% فإن احتمال عدم وقوع هذا الحدث = ...

(أ) 3% (ب) 0.3 (ج) 30 (د) $\frac{1}{3}$

السؤال الثاني **الاسئلة المقالية**

1 فصل دراسي به 15 طالبًا، 4 منهم من ذوي الشعر الأسود، 5 من ذوي الشعر البني، 6 من ذوي الشعر الأصفر، إذا اختير طالب عشوائيًا، فأوجد احتمال أن يكون الطالب:

1 شعره أسود. 2 شعره ليس بنيًا. 3 شعره أصفر أو بني.

....

....

....

2 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:

1 A حدث ظهور عدد فردي. 2 B حدث ظهور عدد أكبر من 4.

3 C حدث ظهور العدد 3. 4 D حدث ظهور عدد أقل من 7.

5 E حدث ظهور عدد يحقق المتباينة «$x \geq 2$». 6 حدث ظهور أحد عوامل العدد 6.

....

....

....

3 إذا سُحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات متماثلة مرقمة من 20 إلى 29، أوجد احتمال أن تحمل البطاقة عددًا:

1 أكبر من 25 2 أقل من 25. 3 أوليًا. 4 زوجيًا

....

....

4 في تجربة تكوين عدد مكون من رقمين من مجموعة الأرقام {7، 5، 4}، ما احتمال كل من الأحداث الآتية:

1 A حدث أن يكون مجموع الرقمين 9. 2 B حدث أن يكون رقم العشرات فرديًا.

3 C حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين 35.

4 D حدث أن يكون رقم العشرات = رقم الآحاد.

....

....



5 إذا اخترت عشوائيًا عددًا واحدًا من مجموعة الأعداد {13، 17، 19، 23، 29، 31}، أوجد احتمال أن يكون مجموع رقمي العدد المُختار عددًا زوجيًا.

....

....

6 يحتوى صندوق على 12 كرة حمراء، 18 بيضاء، 20 زرقاء، جميعها متماثلة، فإذا سحبت كرة واحدة عشوائيا احسب احتمال :

1 أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء.

2 أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.

3 أن تكون الكرة المسحوبة صفراء.

4 أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء.

5 أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو زرقاء.

....

....

....

....

....

....

7 ألقى حجر نرد مرة واحدة أوجد:

1 فضاء العينة

2 احتمال ظهور عدد فردي

3 احتمال عدد أقل من 7

....

....

....

8 كيس به 5 كرات حمراء ، 3 كرات خضراء ، 2 كرة سوداء جميعها متماثلة ، إذا سحبت كرة عشوائيا من الكيس وملاحظة لونها فأوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

1 حمراء.

2 سوداء.

3 ليست خضراء.4

....

....

....

9 كيس به كرة حمراء ، 6 كرات زرقاء ، 3 كرات خضراء جميعها متماثلة ، إذا سحبت كرة واحدة عشوائيا من الكيس ولوحظ لونها أوجد الاحتمالات التالية:

1 احتمال الكرة زرقاء. 2 احتمال الكرة زرقاء أو خضراء.

....

....

10 كيس يحتوي على عدد من الكرات المتماثلة منها 5 كرات بيضاء والباقي من اللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{2}{3}$ ، فأوجد العدد الكلي للكرات.

....

....

11 سحبت بطاقة عشوائيا من بين بطاقات متماثلة مرقمة من 5 إلى 14 ، اكتب فضاء العينة ثم أوجد احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة:

1 عددا أوليا 2 عددا يقبل القسمة على 3

....

....

12 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة اكتب احتمال:

1 الحصول على عدد أقل من 5 2 الحصول على عدد أولي

....

....

13 في تجربة سحب بطاقة من مجموعة بطاقات مرقمة من 1 إلى 10 خلطت جيدا أوجد الاحتمالات الآتية:

1 الحدث (A) : هو حدث الحصول على عدد زوجي

2 الحدث (B) : هو حدث الحصول على عدد أكبر من أو يساوي 8

3 الحدث (C) : هو حدث الحصول على العدد 5

....

....



14 إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولوحظ الرقم الظاهر على الوجه العلوي ، اكتب فضاء العينة ثم أوجد كل احتمال من الأحداث الآتية مبينا أيا منها بسيط وأيهما مؤكد وأيهما مستحيل:

1 الحدث (A) : هو حدث ظهور الرقم 3 2 الحدث (B) : هو حدث ظهور رقم أقل من 7

....

....

15 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي ، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) : حدث الحصول على عدد فردي

2 الحدث (B) : حدث الحصول على عدد أكبر من 6

....

....

....

....

16 فصل دراسي به 32 تلميذا منهم 12 ولدا ، إذا تم اختيار تلميذ عشوائيا من الفصل فما احتمال أن يكون بنتا ؟

....

....

....

....

17 في تجربة سحب بطاقة واحدة عشوائيا من مجموعة بطاقات متماثلة ومرقمة بالأرقام من 7 إلى 12 أوجد:

1 فضاء العينة. 2 حدث الحصول على عدد فردي.

3 احتمال سحب بطاقة تحمل عددا مكون من رقمين.

....

....

....

18 حقيبة بها 12 بطاقة متماثلة ومرقمة من 1 إلى 12 سحبت بطاقة عشوائيا ولوحظ العدد الظاهر على الوجه المسجل على البطاقة المسحوبة ، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:

1 احتمال الحدث (A) : حدث الحصول على عدد يقبل القسمة على 5

2 احتمال الحدث (B) : حدث الحصول على عدد يحقق المتباينة $5 < X < 10$

3 احتمال الحدث (C) : حدث الحصول على عدد زوجي

....

....

....

....

19 كيس به 4 كرات حمراء ، 6 كرات زرقاء ، 3 كرات خضراء ، فإذا سحبت كرة واحدة عشوائيا ،احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

1 زرقاء. 2 حمراء أو خضراء. 3 ليست حمراء

....

....

....

20 إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة 50 مرة فظهرت الصورة في 15 مرة ، أوجد الاحتمال التجريبي لظهور:

1 الصورة (H) 2 الكتابة (T)

....

....

21 إذا سحبت بطاقة عشوائية من بطاقات مرقمة من 1 إلى 10 ، أوجد احتمال أن تحمل البطاقة عددا :

1 أكبر من 10 2 من 1 إلى 10 3 يكون 3

....

....

....